INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014

CLASA a V-a

1. Determinaţi mulţimile A şi B pentru care sunt îndeplinite simultan condiţiile:

i) $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$;

ii) $A \setminus B = \{1,3,5\}$;

iii) $B \setminus A = \{2,6\}$.

Supliment, G.M., decembrie 2013

2. Se consideră şirul de numere naturale 3, 10, 17, 24, 31,... .

a) Determinaţi al 2014-lea termen al şirului.

b) Determinaţi numerele x şi y ştiind că sunt termeni consecutivi ai şirului şi $x < 608 < y$.

Ionuţ Mazalu, Brăila

3. Calculaţi suma tuturor numerelor naturale care împărţite la 27 dau câtul egal cu dublul restului.

Daniela Tilincă şi Adriana Mihăilă, Brăila

4. Determinaţi toate numerele naturale de forma $\overline{ab}$ ştiind că suma cifrelor numărului $\overline{ab}$ este egală cu suma cifrelor numărului $5 \cdot \overline{ab}$.

Daniela şi Nicolae Stănică, Brăila

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de două ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014

CLASA a VI-a

1. *a)* Arătaţi că $\dfrac{1}{4\cdot 10}=\dfrac{1}{6}\cdot\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{10}\right)$.

b) Arătaţi că $\dfrac{1}{4\cdot 10}+\dfrac{1}{10\cdot 16}+\dfrac{1}{16\cdot 22}+\ldots+\dfrac{1}{2008\cdot 2014}<0,5$.

***

2. Se dă unghiul alungit $\sphericalangle AOB$ şi punctele C şi D situate în semiplane opuse faţă de dreapta AB astfel încât, $m(\sphericalangle COD)=80^\circ$. Dacă $[ON$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOC$, $[OM$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOD$ şi $m(\sphericalangle BOC)=150^\circ$, atunci calculaţi măsura unghiului $\sphericalangle MON$.

Supliment, G.M., noiembrie 2013

3. Se consideră ecuaţia $x^5+y^2=z^3$, unde x, y şi z sunt numere naturale nenule. O soluţie a acestei ecuaţii este un triplet de numere natural nenule (a,b,c) cu proprietatea că $a^5+b^2=c^3$.

a) Arătaţi că tripletul $(3,10,7)$ este soluţie a ecuaţiei date.

b) Determinaţi o soluţie a ecuaţiei date de forma $(2^m,2^n,2^p)$, unde m, n şi p sunt numere naturale.

G.M., nr. 12, 2013

4. Fie $C\in(AB)$ şi punctele P, M, T mijloacele segmentelor (AB), (AC) şi (MP). Dacă $2\cdot AC-BC=40$ cm, atunci determinaţi lungimea segmentului $[TC]$.

Daniela şi Nicolae Stănică, Brăila

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de două ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014

CLASA a VII-a

1. Fie paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle A) < 90^\circ$. Dacă $AM \perp BC$, $M \in BC$, $AQ \perp CD$, $Q \in CD$, $CN \perp AB$, $N \in AB$ şi $CP \perp AD$, $P \in AD$, atunci demonstraţi că patrulaterul $MNPQ$ este dreptunghi.

Daniela Tilincă şi Adriana Mihăilă, Brăila

2. Determinaţi numerele de forma $\overline{ab}$ astfel încât $\sqrt{a+\sqrt{\overline{ab}}} = a$.

Supliment, G.M., noiembrie 2013

3. Fie dreptunghiul $ABCD$ şi punctele M pe (AB), P, Q pe (AD) şi R, T pe (BC). Demonstraţi că centrele de greutate ale triunghiurilor MPR, MPT, MQR şi MQT sunt coliniare.

Daniela şi Nicolae Stănică, Brăila

4. Determinaţi numerele întregi x şi y pentru care:

$$\left||x-3|+|y-2x|\right| = 3.$$

Supliment, G.M., noiembrie 2013

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014

CLASA a VIII-a

1. Demonstraţi că numărul $A = 2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 + 1$ este pătrat perfect.

Supliment, G.M., decembrie 2013

2. În tetraedrul $ABCD$ cu toate muchiile congruente, fie $DO \perp (ABC)$, $O \in (ABC)$. Punctul M este proiecţia punctului O pe muchia $[DB]$ şi $MC = 2\sqrt{7}$ cm. Calculaţi valoarea sinusului unghiului dintre dreapta MC şi planul (BOD).

Testarea Naţională, 2007

3. În cubul $ABCDA'B'C'D'$, punctul M este mijlocul $[CC']$, S mijlocul $[BM]$, T mijlocul $[AS]$ şi $\{P\} = A'T \cap (ABC)$. Dacă $AB = 4$ cm, atunci determinaţi lungimea segmentului $[PT]$.

Daniela şi Nicolae Stănică, Brăila

4. Arătaţi că nu există două numere prime astfel încât suma cuburilor lor să fie egală cu cubul mediei lor aritmetice.

Ionuţ Mazalu, Brăila

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.