Inspectoratul Şcolar Judeţean Brăila şi Buzău
Primăria Galbenu, Brăila
Şcoala Gimnazială "Toma Tâmpeanu", Brăila
Societatea de Ştiinţe Matematice din România, filiala Brăila

Concursul de matematică "Dan Barbilian/Ion Barbu"
Ediţia a IV-a, 16 aprilie 2016

CLASA A VII-A, SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

1. Se consideră numerele $a=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{8}}+\frac{3}{\sqrt{18}}+\frac{4}{\sqrt{32}}$ şi $b=\frac{\sqrt{13^2-5^2}}{\sqrt{10^2-8^2}}$. Arătaţi că $a^2-b^2=4$.

Soluţie:

$a=2\sqrt{2}$ ……………………………………………………………….3p

$b=2$ …………………………………………………………………….3p

$a^2-b^2=8-4=4$ ………………………………………………………1p

2. Se consideră triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, $AB=6$ cm, $AC=8$ cm şi punctul S mijlocul segmentului $[AC]$. Dacă $ST\perp BC$, $T\in(BC)$, atunci determinaţi lungimea segmentului $[BC]$.

Soluţie:

Cu Teorema lui Pitagora $BC=10\,\text{cm}$……………………………………….2p

Construim $AD\perp BC,\ D\in(BC)\overset{T.H.}{\Rightarrow} AD=\frac{6\cdot 8}{10}=\frac{24}{5}$ cm.…...………………2p

(ST) este linie mijlocie în triunghiul $ADC\Rightarrow ST=\frac{AD}{2}=\frac{12}{5}$ cm.……..…….3p

Observaţie: Evident că putem utiliza şi $\Delta CTS\sim\Delta CAB$ $(U.U.)$.

3. Se consideră numerele reale a şi b, astfel încât $\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-2x+1}=\dfrac{x+a}{x+b}$, pentru orice $x\in\mathbb{N}\setminus\{1\}$. Arătați că $a+b$ este număr întreg.

Prof. Daniela Stănică

Soluţie:

$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$……………………………………………………2p

$x^2-2x+1=(x-1)^2$…………………………………………………………2p

$\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-2x+1}=\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-1)^2}=\dfrac{x-3}{x-1}\Leftrightarrow a=-3, b=-1$……………………….………2p

$a+b=-3-1=-4\in\mathbb{Z}$……………………………………………….………..1p

4. Rombul *ABCD* are $m(\sphericalangle ADC)=150^\circ$. Pe latura (*CD*) se construieşte în exteriorul rombului, triunghiul echilateral *CDE*. Demonstraţi că triunghiul *ACE* este isoscel.

Soluţie:

Triunghiul *ADE* este isoscel şi $m(\sphericalangle ADE)=360^\circ-150^\circ-60^\circ=150^\circ$……..2p

Obţinem $m(\sphericalangle AEC)=(180^\circ-150^\circ):2=15^\circ\Rightarrow m(\sphericalangle AEC)=60^\circ+15^\circ=75^\circ$.2p

Triunghiul *ADC* este isoscel şi $m(\sphericalangle ADC)=150^\circ\Rightarrow m(\sphericalangle ACD)=15^\circ$…….2p

Obţinem $m(\sphericalangle ACE)=75^\circ$, adică triungiul *ACE* isoscel …………………...1p