MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI
ȘCOALA NR. 22 "B. P. HAȘDEU" IAȘI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ

FLORICA T. CÂMPAN

EDIȚIA a XVII-a

ETAPA JUDEȚEANĂ, 11 martie 2017

CLASA a VII-a

SUBIECTUL I

a) Determinați $x,y \in \mathbb{Q}$, știind că $2x \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 2y \cdot \frac{|\sqrt{5}-\sqrt{3}|}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{10}+9\sqrt{6}$.

b) Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\sqrt{144...4} \in \mathbb{N}$, unde cifra 4 apare de n ori.

SUBIECTUL al II-lea

În trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$ și $m(\sphericalangle ADB) + m(\sphericalangle DBC) = 180^\circ$. Știind că $AD \cap BC = \{E\}$, demonstrați că:

a) $\triangle EDB$ este isoscel;

b) $\frac{AD}{BC} = \frac{AB}{CD}$.

SUBIECTUL al III-lea

Un elev are la dispoziție oricât de multe piese de carton în formă de triunghiuri isoscele congruente, fiecare dintre ele cu măsura unghiului de la vârf de 30°, un creion și un instrument de tăiat cartonul numai în linie dreaptă, pe distanța dorită de el. Arătați cum poate construi elevul un pătrat alăturând astfel de piese, fără goluri ori suprapuneri, cu precizarea că el poate folosi instrumentul de tăiat carton de cel mult trei ori. Justificați!

Notă: Timp de lucru – 2 ore;

Se vor redacta rezolvări complete pentru toate subiectele;

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI
ȘCOALA NR. 22 "B. P. HAȘDEU" IAȘI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ

FLORICA T. CÂMPAN

EDIȚIA a XVII-a

ETAPA JUDEȚEANĂ, 11 martie 2017

CLASA a VII-a
BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL I

a) Determinați $x,y \in \mathbb{Q}$, știind că $2x \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 2y \cdot \frac{|\sqrt{5}-\sqrt{3}|}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{10} + 9\sqrt{6}$.

b) Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\sqrt{144\ldots4} \in \mathbb{N}$, unde cifra 4 apare de n ori.

SOLUȚIE:

a) Aduce la forma: $\sqrt{10} \cdot (x - y - 5) = \sqrt{6} \cdot (9 - y - x)$ **2p**
Caz 1: $x - y - 5 \neq 0 \Leftrightarrow 9 - y - x \neq 0$ **1p**
$\frac{x-y-5}{9-y-x} = \frac{\sqrt{15}}{5}, \frac{x-y-5}{9-y-x} \in \mathbb{Q}, \frac{\sqrt{15}}{5} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, contradicție ....
2p
Caz 2: $x - y - 5 = 0 \Leftrightarrow 9 - y - x = 0$ **1p**
Finalizare $x = 7, y = 2$ **2p**

b) $n = 1 \Rightarrow \sqrt{14} \notin \mathbb{N}$ **1p**
$n = 2 \Rightarrow \sqrt{144} = 12 \in \mathbb{N}$ **1p**
$n = 3 \Rightarrow \sqrt{1444} = 38 \in \mathbb{N}$ **1p**
$n \geq 4 \Rightarrow 1\underbrace{44\ldots4}_{n\ cifre} = 4 \cdot 36\underbrace{11\ldots1}_{n-2}$ **1p**

$36\underbrace{11\ldots1}_{n-2} \in M_3 + 1 \Rightarrow 36\underbrace{11\ldots1}_{n-2} \neq p.p.$

$n \in \{2,3\}$ **2p**

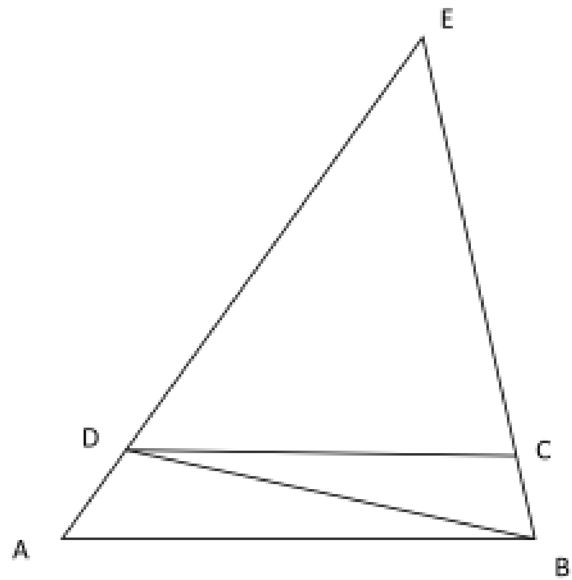
OFICIU: **2p**

SUBIECTUL al II-lea

În trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$ și $m(\sphericalangle ADB) + m(\sphericalangle DBC) = 180^\circ$. Știind că $AD \cap BC = \{E\}$, demonstrați că:

a) $\triangle EDB$ este isoscel;

b) $\frac{AD}{BC} = \frac{AB}{CD}$.



SOLUȚIE:

a) $\left.\begin{matrix} m(\sphericalangle ADB) + m(\sphericalangle DBC) = 180^\circ \\ m(\sphericalangle ADB) + m(\sphericalangle EDB) = 180^\circ \end{matrix}\right\}$ **1p**

$\sphericalangle EDB \equiv \sphericalangle EBD$ (1)$\Rightarrow \Delta EDB$ $isoscel \Rightarrow ED = EB$ **2p**

b) $\left.\begin{matrix} \Delta EAB \\ AB \parallel CD \end{matrix}\right\} \overset{T.Th.}{\Rightarrow} \frac{ED}{DA} = \frac{EC}{BC}$ **2p**

Scrie $\frac{BC}{AD} = \frac{EC}{DE} \Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{DE}{CE}$ (2) **3p**

$\left.\begin{matrix} \Delta EAB \\ AB \parallel CD \end{matrix}\right\} \overset{T.F.A.}{\Rightarrow} \Delta EAB \sim \Delta EDC$ **2p**

Scrie $\frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE} = \frac{AB}{DC}$ (3) **2p**

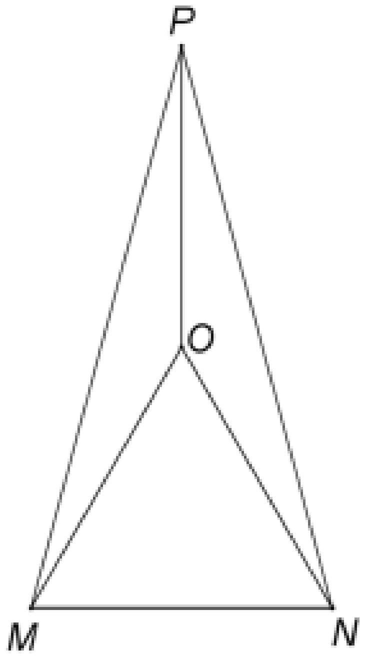
Din relațiile (1), (2), (3) $\Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{AB}{DC}$ **1p**

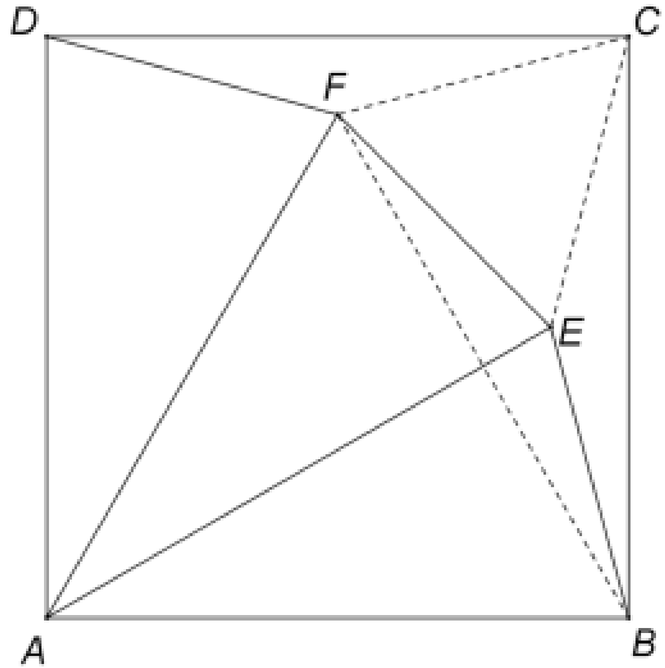
OFICIU: **2p**

SUBIECTUL al III-lea

Un elev are la dispoziție oricât de multe piese de carton în formă de triunghiuri isoscele congruente, fiecare dintre ele cu măsura unghiului de la vârf de 30°, un creion și un instrument de tăiat cartonul numai în linie dreaptă, pe distanța dorită de el. Arătați cum poate construi elevul un pătrat alăturând astfel de piese, fără goluri ori suprapuneri, cu precizarea că el poate folosi instrumentul de tăiat carton de cel mult trei ori. Justificați!

SOLUȚIE:





Aria unei piese(ΔPMN) e egală cu $\frac{l \cdot \frac{l}{2}}{2} = \frac{l^2}{4}$, unde $l = PM = PN = AB$ și $A_{ABCD} = l^2$.

$l^2 = 4 \cdot \frac{l^2}{4} \Rightarrow A_{ABCD} = 4 \cdot A_{PMN}$, deci 4 piese ar putea fi suficiente pentru acoperirea lui *ABCD* ……..…. **3p**

3 piese de carton se așază pe pozițiile triunghiurilor isoscele congruente *ABE*, *AEF* și *AFD* ………... **2p**

ABF și *AED* sunt triunghiuri echilaterale, deci $m(\sphericalangle CBF) = m(\sphericalangle CDE) = 30^\circ$ ……………..….... **1p**

$\Delta BCF \equiv \Delta DCE \equiv \Delta AEF\,(LUL) \Rightarrow \Delta CEF$ echilateral și $\Delta CEF \equiv \Delta OMN$ …………………………………...**1p**

$\Delta FCD \equiv \Delta EBF \equiv \Delta EBC \equiv \Delta OMP \equiv \Delta ONP\,(LLL)$ ……………………………….……………….…... **1p**

$A_{FCD} + A_{CEF} + A_{EBC} = A_{EBF} + A_{CEF} + A_{EBC} = A_{BCF} = A_{PMN}$ ………………………………….……..… **1p**

Pentru obținerea punctului O, centrul cercului circumscris ΔPMN, se alătură 2 piese astfel încât vârfurile unghiurilor de 30° să coincidă și să aibă o latură în comun, obținându-se astfel un patrulater convex cu un unghi de 60°. Cu ajutorul acestui unghi, pe o a treia piesă (ΔPMN) se construiește triunghiul echilateral *OMN* și se observă că $\Delta OPM \equiv \Delta OPN\,(LUL)$ sunt isoscele cu unghiurile de la bază de 15° ………………………………………………………………...……………………… **2p**

Piesa *PMN* se decupează în piesele *OMN*, *OPM* și *ONP* prin tăieturile *OM*,*ON* și *OP* ……………… **1p**

Finalizare ……………………………………………………………………………………..…… **1p**

OFICIU: …………………………………………………..……………………………………….….. **2p**

Fiecare subiect se notează cu puncataje între 2 și 15.