MINISTERUL EDUCATIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „ MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XVII-a, 7– 8 Aprilie 2017

CLASA a IV-a

SUBIECTUL 1

Într-o zi de Duminică, la Salina Turda, a venit un grup de vizitatori, băieţi şi de două ori mai multe fete. Au intrat în Salină 324 băieţi şi 400 fete. Numărându-i pe cei de afară s-a constatat că sunt de trei ori mai multe fete decât băieţi.

Câţi elevi au fost la Salina Turda în acel grup?

SUBIECTUL 2

Într-o şcoală sunt 1096 elevi. Arătaţi că cel puţin patru elevi îşi serbează ziua de naştere în aceeaşi zi a anului. (Se va considera anul de 365 de zile).

SUBIECTUL 3

Aflaţi numărul natural n pentru care suma primelor n numere naturale diferite de 0 este cu 400 mai mică decât suma următoarelor n numere naturale.

SUBIECTUL 4

Doi elevi din clasa a IV-a, Ion si Mihai, colegi de bancă, desenează figuri geometrice. Ion desenează doua pătrate, apoi 4 pătrate, apoi 6 pătrate şi aşa mai departe, de fiecare dată un număr par. Mihai desenează un triunghi, apoi trei triunghiuri, apoi cinci triunghiuri şi aşa mai departe, de fiecare dată un număr impar. Să se arate că, indiferent după cât timp se vor opri din desenat, numărul pătratelor nu poate fi egal cu numărul triunghiurilor.

MINISTERUL EDUCATIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „ MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XVII-a, 7– 8 Aprilie 2017

CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

Fie mulţimile

$A = \{x | \, x = 5 \cdot (n+1) + 6^{n^2+2n} + 1001^{n+3} + 5^{n+4}, n \in \mathbb{N}\}$

$B = \{y \mid 4000000 \leq y \leq 4004001, y \in \mathbb{N}\}$

$C = \{z \mid z = n^2, n \in \mathbb{N}\}$.

Să se calculeze: $A \cap C$ şi $B \cap C$.

SUBIECTUL 2

Determinaţi ultima cifră a sumei tuturor numerelor naturale de trei cifre care au un număr impar de divizori.

SUBIECTUL 3

Să se rezolve în $\mathbb{N}^* \text{x} \mathbb{N}^*$ ecuaţia

$$2^x + 1 = 3^y.$$

SUBIECTUL 4

Arătaţi că, oricum am alege nouă numere naturale, găsim trei numere dintre ele a căror sumă sau diferenţă a oricăror doua să dea multiplu a lui 7.

MINISTERUL EDUCATIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „ MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XVII-a, 7– 8 Aprilie 2017

CLASA a VI-a

SUBIECTUL 1

Fie x, y, z numere raționale pozitive astfel încât

$$\frac{2x}{3y+4z}=\frac{3y}{2x+4z}=\frac{4z}{2x+3y}$$

a) Să se calculeze $(x+3y+2z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{3y}+\frac{1}{2z}\right)$ şi $\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}$.

b) Arătaţi că numărul $n=\frac{2x}{3y}+\frac{3y}{4z}+\frac{2z}{x}$ e natural.

SUBIECTUL 2

Determinați toate perechile (x,y) de numere întregi astfel încât

$$1+2^x+2^{2x+1}=y^2$$

SUBIECTUL 3

Pe latura BC a triunghiului obtuzunghic isoscel ABC cu [AB]≡[AC] se consideră punctul M astfel încât [BM] ≡[AC] iar pe latura AB se consideră punctul N astfel încât [BN] ≡[MC]. Dacă m(∢AMN)=40^o, să se afle măsurile unghiurilor ΔABC.

SUBIECTUL 4

Pentru latura [AC] a triunghiului ascuțitunghic ABC se consideră punctele P,Q astfel [AQ] ≡[CP]. Dacă P aparține mediatoarei segmentului [BC] și Q aparține mediatoarei segmentului [AB] , să se demonstreze că

a) ΔBPQ este isoscel;
b) ΔABC este isoscel.

MINISTERUL EDUCATIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „ MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XVII-a, 7– 8 Aprilie 2017

CLASA a VII-a

SUBIECTUL 1

Să se demonstreze inegalitatea $n^n \le (n!)^2$, unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$, n număr natural, $n \ge 1$.

SUBIECTUL 2

Un număr natural n se numește fidel dacă există numerele naturale $a < b < c$ astfel încât $a|$b, $b|c$ și $a + b + c = n$.

a) Demonstrați că există un număr finit de numere naturale care nu sunt fidele.
b) Aflați suma tuturor numerelor naturale, strict mai mici ca 2017, care nu sunt fidele.

SUBIECTUL 3

Să se demonstreze că in orice triunghi dreptunghic are loc relația

$$\sqrt{R} + \sqrt{r} + \sqrt{m_a} \le \frac{p+3}{2},$$

unde p este semiperimetrul, m_a este mediana corespunzătoare ipotenuzei de lungime a, iar R și r sunt razele cercului circumscris respectiv înscris triunghiului dreptunghic.

SUBIECTUL 4

Se construiesc pe rând: pătratul ABCD, Δ BDE echilateral, astfel încât A se găsește în interiorul ΔBDE și pătratul BEFG astfel încât D se găsește în interiorul pătratului BEFG. Notăm cu $\{M\} = GE \cap DB$ și cu $\{N\} = GB \cap AC$.

a) Arătați că DN || FM.
b) Știind că AB=$\sqrt{6}$, arătați că $MN \le \sqrt{2}$.

MINISTERUL EDUCATIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „ MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XVII-a, 7– 8 Aprilie 2017

CLASA a VIII-a

SUBIECTUL 1

Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale nenule ecuația

$$x \cdot y + y \cdot z + x \cdot z - 5\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 1.$$

SUBIECTUL 2

Să se demonstreze inegalitatea

$$(n!)^2 \leq n^n \left(\frac{n+1}{3}\right)^{n-1},$$

unde n!=1$\cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$, n fiind număr natural n≥ 1.

SUBIECTUL 3

Fie un cub $ABCDVB'C'D'$ cu $VA \perp (ABC)$. Dacă $A_1 = pr_{[VB]}A$, $A_2 = pr_{[VC]}A$ și $A_3 = pr_{[VD]}A$ demonstrați că $CV \perp (A_1A_2A_3)$ iar punctele A_1, A_2, A_3 și A sunt vârfurile unui patrulater inscriptibil.

SUBIECTUL 4

Fie ABCD un tetraedru de volum V și o dreaptă d ce trece prin centrul I al cercului înscris în triunghiul ABC. Dacă $AB \cap d = \{P\}, AC \cap d = \{Q\}$ să se arate că

$$\frac{b}{vol[DAPC]} + \frac{c}{vol[DAQB]} = \frac{a+b+c}{V},$$

unde a,b,c sunt lungimile laturilor triunghiului ABC.