# Clasa a IV -a

**Partea I:** 5x10=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

**1.**Patru copii participă la o cursă sportivă. Marian ajunge la linia de sosire după 1/2 ora, Elena după 3/4 ora, Dan după 15/60 ora şi Corina după 1/3 ora. Cel mai rapid este:

a) Marian b) Elena c) Dan d) Corina

**2.** Laura deschide o carte la mijloc. Adună numărul de pe una dintre cele două pagini de la mijloc cu numărul de pe ultima pagină şi obţine 145. Câte pagini are cartea ?

a) 145 b) 50 c) 100 d) 96

**3.** O veveriţă mănâncă 6 alune într-un sfert de oră. Câte alune vor mânca trei veveriţe într-o oră ?

a) 72 b) 18 c) 6 d) 86

**4.** Într-o ogradă sunt găini şi iepuri. Unul dintre iepuri vede 30 de picioare şi un număr de iepuri dublu faţă de găini. Câţi iepuri sunt în ogradă?

a) 6 b) 4 c) 7 d) 5

**5.** Într-o operaţie de împărţire în care împărţitorul este un număr natural de o cifră, restul este 8, cel mai mic deîmpărţit format din trei cifre este:

a) 100 b) 107 c) 98 d) 110

**Partea a II-a:** 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

**Problema 1.** Suma înălţimilor a trei fraţi este 465 cm. Fratele cel mai mare este cu 63 cm mai înalt decât fratele cel mai mic, iar diferenţa dintre înălţimea fratelui mijlociu şi fratelui mic este de două ori mai mare decât diferenţa dintre înăltimea fratelui mare şi cea a mijlociului. Aflaţi înălţimile celor trei fraţi.

**Problema 2.** Patru numere naturale distincte au suma egală cu 103. Dacă mărim de 4 ori primul număr şi lăsăm celelalte numere neschimbate, suma devine 193. Dacă triplăm al doilea număr lăsând celelalte numere neschimbate, suma devine 243. Ce valori poate lua produsul celor patru numere?

**Toate subiectele sunt obligatorii.**
**Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.**
**Se acordă 10 puncte din oficiu.**

# Clasa a V-a

**Partea I:** 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

**1.** Determinați numărul $\overline{abc}$ astfel încât $\overline{abc2}+3\cdot\overline{abc}=\overline{4abc}+1234$.
a) 123; b) 353; c) 436; d) 432

**2.** Rezolvați ecuația $2\cdot x+4\cdot x+\ldots+4028\cdot x=2014\cdot2015$.
a) 1; b) 2014; c) 3; d) 5

**3.** Într-o bilă uriașă sunt 13 bile mari. În fiecare bilă mare sunt câte 13 bile mijlocii. În fiecare bilă mijlocie sunt câte 13 bile mici. Câte bilei sunt în total?
a) 1331; b) 1332; c) 1111; d) alt răspuns

**4.** Într-o urnă sunt 100 de bile numerotate de la 1 la 100. Câte bile ar trebui extrase pentru a fi siguri că cel puțin unul din cele extrase, împărțit la 9, dă câtul egal cu restul?
a) 93; b) 9; c)90; d) 91

**5.** Ceasul digital arată 21:04. Care este timpul minim în care vor apărea din nou pe ecranul ceasului aceste 4 cifre?
a) 36 minute; b) 3 ore şi 20 min; c) 4 ore şi 15 min; d) alt răspuns

**6.** Iepurele trăiește cu doi ani mai mult decât veverița, de cinci ori mai puțin decât ursul, de trei ori mai puțin decât cerbul și jumătate din cât trăiește vulpea.Dacă trăiesc împreună 106 ani, câți ani trăiește veverița?
a) 9 ani; b) 7 ani; c)45 ani; d) 27 ani

**7.** Fie egalitatea: $3\times2006=2005+2007+x$. Ce număr poate înlocui “x” ?
a) 2005; b) 2006; c) 2007; d) 2008;

**8.** Suma cifrelor numărului $N=1+10+10^2+10^3+\ldots+10^{2014}$ este:
a) 2015; b) 2014 c) 2013; d) 2017 ;

**9.** Numărul $2^{20}$ are:
a) cel puțin 7 cifre; b) cel mult 7 cifre c) exact 7 cifre; d) 20 de cifre ;

**10.** Ioana deschide manualul de matematică pentru a-și face tema și constată că suma numerelor ce indică cele două pagini este 293. Care sunt numerele scrise pe cele două pagini?
a) 146 și 148; b) 73 și 74 c) 146 și 147 d) 74 și 75;

**Partea a II-a:** 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

**Problema 1.** Ana și Ileana citesc cartea “*Hanul Ancuței*” scrisă Mihail Sadoveanu. În prima zi Ana citește a cincea parte din cartea, iar Ileana a șaptea parte, constatând că a citit cu 16 pagini mai puțin decât prietena sa. Câte pagini mai au de citit fiecare fată?

**Problema 2.**. Pentru fiecare număr natural $n\geq2$, considerăm numărul natural $S(n)$ definit prin
$S(n)=\underbrace{\overline{1\ldots1}}_{n\text{ ori}}+\underbrace{\overline{2\ldots2}}_{n\text{ ori}}+\ldots+\underbrace{\overline{9\ldots9}}_{n\text{ ori}}+10^n$ ,

a) Calculaţi $S(3)$.
b) Determinaţi restul împărţirii lui $S(n)$ la 3.
c) Notăm cu $Q(n)$ câtul împărţirii lui $S(n)$ la 3. Găsiţi câtul împărţirii sumei cifrelor lui $Q(n)$ la 9.

**Toate subiectele sunt obligatorii.**
**Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.**
**Se acordă 10 puncte din oficiu.**

Inspectoratul Școlar Județean Argeș
Liceul Teoretic ,,Iulia Zamfirescu" Mioveni

Concursul Județean de Matematică-Informatică, ediția a X-a

"In memoriam prof. Ion Cojocaru"

# Clasa a VI -a

## Partea I: 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

**1.** Suma a patru numere rationale este S. Primele trei sunt direct proporționale cu 3, 5 și 2, iar ultimele două sunt invers proporționale cu 4 și 2. Al treilea număr este:

A) $\frac{S}{7}$ B) $\frac{S}{4}$ C) $\frac{S}{3}$ D) $\frac{S}{2}$

**2.** Valoarea absolută a numărului $|2^{44}-3^{33}|-2\cdot|81^{8}-4^{24}|-9^{16}-2^{49}$ este egală cu:

A) $2^{42}$ B) $2^{44}$ C) $3^{32}-2^{44}$ D) $3^{32}+2^{44}$

**3.** Numărul natural nenul *n* care verifică egalitatea $\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\cdots+\frac{1}{97\cdot99}=\frac{n-1}{2n}$ este egal cu:

A) 97 B) 100 C) 98 D) 99

**4.** Știind că $\frac{5a-3b}{3a+7b}=\frac{4}{9}$, raportul dintre $a^2$ și $b^2$ este egal cu:

A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{9}{25}$ C) $\frac{25}{9}$ D) $\frac{3}{25}$

**5.** Într-o școală numărul elevilor a scăzut cu 10% într-un an, dar procentajul fetelor a crescut de la 50% la 55%. Numărul fetelor:

A) a crescut cu 0,5% B) a crescut cu 1% C) a rămas același D) a scăzut cu 0,5%

**6.** În triunghiul $\Delta ABC$, mediana [AD] este și bisectoare. Dacă lungimea laturii [BC] este media aritmetică a lungimilor laturilor [AB] și [AC], atunci $\Delta ABC$ este:

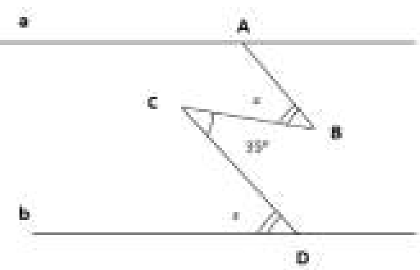
A) isoscel B) dreptunghic C) echilateral D) dreptunghic isoscel

**7.** Într-un triunghi $\Delta ABC$, $m(\sphericalangle B)$ este media aritmetică a măsurilor celorlalte două unghiuri. Una dintre următoarele afirmații este adevărată:

A) $m(\sphericalangle A)=90^\circ$ B) $\Delta ABC$ este echilateral C) $m(\sphericalangle B)=60^\circ$ D) $m(\sphericalangle C)=30^\circ$

**8.** Se știe că numerele raționale $a, b, c$ verifică $\frac{2b-a}{6}=\frac{c-a}{5}=\frac{b+c}{14}$. Raportul $\frac{a}{c-b}$ scris sub formă procentuală este egal cu:

A) 100% B) 10% C) 50% D) 70%




**9.** Valoarea maximă a numărului $a=\frac{3}{5}\cdot(-1)^{m+n}-0,2\cdot(-1)^{m}+0,4\cdot(-1)^{n}$ este egală cu

A) 0,4 B) 1 C) 1,2 D) 0,8

**10.** În figura următoare, dreptele *a* și *b* sunt paralele. Dacă $BC \nparallel a$, $m(\sphericalangle A)=110^\circ$ și $m(\sphericalangle B)=m(\sphericalangle D)=x$, atunci valoarea lui *x* este egală cu:

A) $52^\circ$ B) $52,5^\circ$ C) $53^\circ$ D) $54^\circ$

## Partea a II-a: 40 puncte ( pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

**Problema 1. (20p)** Fie numerele naturale $x=\overline{ab}$, $y=\overline{cd}$, scrise în baza 10, astfel încât $x > y$ și $x\cdot y=2414$. Să se arate că: a) Numărul $t=17^{x}\cdot71^{y}+1207$ este divizibil cu 6035.

b) Fracția $\frac{2^{x+1}+2^{y}}{7^{x+1}+7^{y}}$ se simplifică prin 10.

**Problema 2. (20p)** Fie unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ adiacente și suplementare astfel încât $\frac{m(\sphericalangle AOB)}{m(\sphericalangle BOC)}=\frac{2}{3}$.

Se construiesc $OM\perp OB$ și $ON\perp OA$, unde punctele $M, N, B$ se găsesc în același semiplan față de dreapta *AC*.

a) Să se arate că bisectoarea $\sphericalangle MON$ coincide cu bisectoarea $\sphericalangle BOC$.

b) Dacă $[OB]\equiv[OC]$ și $[OM]\equiv[ON]$, să se arate că $MN \parallel BC$.

**Toate subiectele sunt obligatorii.**
**Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.**
**Se acordă 10 puncte din oficiu.**

# Clasa a VII -a

**Partea I:** 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

**1.**Suma inverselor numerelor: $1-\sqrt{2}, \sqrt{3}-\sqrt{2}$și $\sqrt{3}+\sqrt{4}$ este:

A).1 B).3 C).$2\sqrt{2}$ D)$2\sqrt{3}$

**2.**Numărul $a=\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{94-42\sqrt{5}}}{2}$aparține mulțimii :

A)$\mathbb{N}$ B) $\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ C) $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ D) $\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$

**3.**Soluția ecuației $\frac{x}{1\cdot3}+\frac{x}{3\cdot5}+\frac{x}{5\cdot7}+\ldots+\frac{x}{2015\cdot2017}=\frac{3024}{2017}$este:

A)$\frac{3}{2}$ B) 3 C)3024 D) 2017

**4.** Numărul *2017* este număr prim. Următorul număr prim este:

A) 2021 B. 2023 C. 2027 D. 2029;

**5.**Numerele întregi a și b pentru care avem $\frac{a-2017}{\sqrt{11+2\sqrt{10}}}=\frac{\sqrt{11-2\sqrt{10}}(b+2017)}{\sqrt{17}}$ sunt:

A) 0; 0 B) $\sqrt{11-2\sqrt{10}};\sqrt{11+2\sqrt{10}}$ C) -2017; -2017 D)2017; -2017

**6.**În $\Delta ABC$, $AB=AC$, $AE=AD$, $D\in(BC)$, $E\in(AC)$ astfel încât $m(\sphericalangle BAD)=30°$. Atunci $m(\sphericalangle CDE)$ este egală cu:

A. *15°* B. *20°* C. *25°* D. *30°* ;

**7.** Fie *m* şi *n* două numere întregi care verifică *6(m-n) + mn = 24*. Câte valori diferite poate lua *m*?

A. *12* B. *6* C. *15* D. *13*;

**8.**Un pătrat $MNPQ$ este înscris într-un alt pătrat $ABCD$, astfel încât $M\in(AB)$, $N\in(BC)$, $P\in(CD)$, $Q\in(AD)$ şi $AQ=3$, iar $BN=5$. Aria pătratului înscris este egală cu:

A. *36* B. *25* C. *16* D. *34* ;

**9.**Temperatura aerului la *3650 m* altitudine este *5° C*, iar la *5730 m* altitudine este *- 11° C*. Dacă temperatura descreşte în mod constant odată cu creşterea altitudinii, la *7940 m* altitudine temperatura aerului va fi:

A. *- 16° C* B. *- 17° C* C. *- 27° C* D. *- 28° C*;

**10.** În $\Delta ABC$, măsura unghiului $B$ este de *20°* şi măsura unghiului $C$ este de *40°* . Lungimea bisectoarei unghiului $A$ este 2. Lungimea diferenţei $BC-AB$ este egală cu:

A. *4* B. *1,5* C. *2* D. *1* .

**Partea II:** 40 puncte (pe foaia de concurs se efectuează rezolvarea completa)

**Problema 1.** i) Să se arate că ecuaţia $x^3+y^3=x+y+2017$ nu are rădăcini pe mulțimea Z.

ii) Fie $S=a+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+b$, unde $a,b\in R_+^*$. Arătaţi că dacă $S=10$, atunci cea mai mare valoare a produsului $ab$ este $16$;

**Problema 2.** În triunghiul ABC, BC=2AB, AM este mediană($M\in\mathrm{BC}$), N este mijlocul segmentului BM şi $P\in\mathrm{AC}$, astfel încât $\mathrm{MP}\perp\mathrm{AM}$.

**a)** Demonstrați că [AM este bisectoarea unghiului NAC.

**b)** Calculați valoarea raportului $\frac{PC}{AP}$.

**Toate subiectele sunt obligatorii.**
**Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.**
**Se acordă 10 puncte din oficiu.**

# Clasa a VIII -a

**Partea I:** 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

**1.**Valorile reale ale lui *x*, pentru care inecuația: $|x+1|\cdot(|x+1|-5)\le 0$ este adevărată, este in intervalul:

A. [-4;6] B. [-4;6] \ {-1} C. [-6;4] D. [-6;4] \ {-1}

**2.**Se considera piramida triunghiulara regulata VABC cu latura bazei de $6\sqrt{2}$ cm si înălțimea VO de $2\sqrt{3}$ cm. Măsura unghiului diedru al planelor (VAC) si (VBC) este de:

A. 30° B. 45° C. 90° D. 60°

**3.**Fie $x\in R$. Domeniul de definiție al fracției $\frac{8+15x-2x^2}{3+5x-2x^2}$ este:

A.$\{-\frac{1}{2};3\}$ B. $R\setminus\{-\frac{1}{2};3\}$ C. $R\setminus\{-3;\frac{1}{2}\}$ D. $R\setminus\{-\frac{1}{2};0;3\}$

**4.**In cubul ABCDA'B'C'D' cu latura AB = 8 cm, distanta de la C la latura AD', este:

A. $8\sqrt{2}$ cm B. $4\sqrt{3}$ cm C. $4\sqrt{6}$ cm D. $8\sqrt{3}$ cm

**5.**Daca $x+\frac{1}{x}=2$ , atunci $x^2+\frac{1}{x^2}$ este egal cu:

A. 6 B. 4 C. 2 D. 0

**6.**Fie un segment AB si un plan α. Daca $pr_\alpha AB=16\ cm$, atunci lungimea minima a segmentului [AB] este:

A. 16 cm B. 0 cm C. 32 cm D. nu se poate

**7.**O cutie conține 250 ml de suc de mere si este plina. Volumul cutiei este:

A. 250 $cm^3$ B. 0,25 $cm^3$ C. 25 $cm^3$ D. 2500 $cm^3$

**8.**Fie un tetraedru regulat de muchie *l*. Arătați, in funcție de muchia *l* a tetraedrului, ca volumul tetraedrului determinat de centrele de greutate ale fetelor tetraedrului inițial, este:

A.$\frac{l^3\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{l^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{l^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{l^3\sqrt{2}}{324}$

**9.**Daca $x\cdot y=6$, $y\cdot z=12$ , $z\cdot t=20$ , atunci valoarea produsului $x\cdot t$ , este egala cu:

A. 1 B. 8 C. 15 D. 10

**10.**Patrulaterul ale cărui vârfuri sunt punctele de intersecție ale dreptelor: x-y-2=0; x-y+2=0; x+y-2=0; x+y+2=0 este:

A. trapez B. dreptunghi C. paralelogram D. pătrat

**Partea II: 40 puncte** (pe foaia de concurs se efectuează rezolvarea completa)

**Problema 1.** Determinați $n\in\mathbb{N}$, $n>1$, astfel încât:

$$\frac{a_1^2+2a_1+2}{a_1+1}+\frac{a_2^2+4a_2+6}{a_2+2}+\frac{a_3^2+6a_3+12}{a_3+3}+\dots+\frac{a_n^2+2\cdot n\cdot a_n+n(n+1)}{a_n+n}=$$
$$=\frac{1}{a_1+1}+\frac{2}{a_2+2}+\frac{3}{a_3+3}+\dots+\frac{n}{a_n+n}+a_1+a_2+\dots+a_n+1951\cdot 975$$

unde $a_1,a_2,\dots,a_n\in\mathbb{N}$

**Problema 2.** Pe planul dreptunghiului ABCD construim perpendiculara AM astfel încât AM + AB + AD = 3 si MC² = 3

a. Calculați distanta de la A la planul (BMD)

b. Daca $I\in MC$, IM = *x*, pentru ce valoare a lui *x* aria triunghiului IAB este minima?

**Toate subiectele sunt obligatorii.**
**Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.**
**Se acordă 10 puncte din oficiu.**

**BAREM**

# Clasa a IV -a

**Partea I:** 5x10=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

| ITEM | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| VARIANTA CORECTĂ | c | d | a | c | b |

**Partea a II-a :** 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

**Problema 1.** **(total punctaj 20p)**

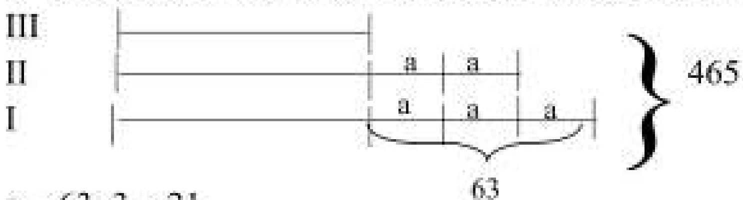
Notăm:

I – înălţimea fratelui mare

II – înălţimea fratelui mijlociu

III – înălţimea fratelui mic

a – diferenţa dintre înălţimea fratelui mare şi cea a mijlociului




5p

a = 63: 3 = 21 3p

465 – 21X5 = 465 – 105 = 360 ( reprezintă de trei ori înălţimea fratelui mic) 3p

360: 3 = 120 cm înălţimea fratelui mic) 3p

120 + 21x2 = 120 + 42 = 162 cm înălţimea fratelui mijlociu) 3p

120 + 21x3 = 120 + 63= 183 cm înălţimea fratelui mare) 3p

**Problema 2**

193 - 103 = 90 ( triplul primului număr) 3p

90 : 3 = 30 (primul număr) 3p

243 – 103 = 140 (dublul celui de al doilea număr) 3p

140 : 2 = 70 ( al doilea număr) 3p

103 – 30 – 70 = 3 (suma dintre al treilea şi al patrulea număr) 3p

Cele două numere fiind distincte, avem următoarele posibilităţi:

a) 0 si 3 sau invers 2,5p

Produsul este :

3o . 70 . 0 . 3 = 0

b) Numărul al treilea este 1 si al patrulea 2 sau invers. 2,5p

Produsul este:

30 . 70 . 1 . 2 = 4200

**BAREM**

# Clasa a V -a

**Partea I:** 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

| ITEM | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| VARIANTA CORECTĂ | c | a | d | a | a | b | b | a | c | c |

**Partea a II-a :** 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

**Problema 1.** **(total punctaj 20p)**

Notăm a 5-a parte dintr-o carte cu $x$ și cu $y$ a 7-a din cealaltă carte...... 2 puncte
Scrie $x = 16 + y$ ........................................................................ 1 punct
și $5x = 7y$ ........................................................................ 1 punct
Scrie: $5 \cdot (16 + y) = 7y \Leftrightarrow 80 + 5y = 7y \Leftrightarrow 2y = 80$ ......................... 5 puncte
Obține $y = 40$ și $x = 56$. ........................................................................ 4 puncte
Află numărul de pagini al cărții $56 \cdot 5 = 40 \cdot 7 = 280$ pagini ............... 4 puncte
Fetele mai au de citit: Ana – 224 pagini și Ileana - 240 pagini .............3 puncte

**Problema 2.** **(total punctaj 20p)**

a) $S(3) = 111 \cdot (1 + 2 + ... + 9) + 10^3 = 111 \cdot 45 + 1000 = 5995$.......... 3 puncte
b) Notează $a = \underbrace{\overline{1...1}}_{n\ ori}$ ........................................................................ 1 puncte
Scrie $S(n) = a \cdot (1 + 2 + ... + 9) + 9a + 1 = 54a + 1 = 3 \cdot 18a + 1$ ......... 4 puncte
Dă răspunsul: restul împărţirii lui S($n$) la 3 este 1............................... 2 puncte
c) observă că din b), $Q(n) = 18a$ ........................................................ 3 puncte
Scrie că $18a = 18 \cdot \underbrace{\overline{1...1}}_{n\ ori} = \underbrace{\overline{19...98}}_{n\ ori}$ ................................................ 3 puncte
Suma cifrelor lui $Q(n)$ este atunci $9n$ ..........................................2 puncte
Scrie: câtul cerut este $n$ ........................................................................2 puncte

**BAREM**

# Clasa a VI -a

**Partea I:** 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

| ITEM | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| VARIANTA CORECTĂ | a | b | d | c | d | c | c | a | d | b |

**Partea a II-a :** 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

**Problema 1.** **(total punctaj 20p)**

**a) (10p)** $2414 = 2 \cdot 17 \cdot 71$ ; $x$ , $y$ fiind numere de două cifre, $x > y$ , va rezulta $x = 71$, $y = 34$............. 3p

$t = 17^{71} \cdot 71^{34} + 1207 = 17^{71} \cdot 71^{34} + 17 \cdot 71 = 17 \cdot 71 \cdot (17^{70} \cdot 71^{33} + 1)$ ................................ 3p

Deoarece ultima cifră a numărului $17^{70} = 17^{4 \cdot 17+2}$ este 9, rezultă că numărul din paranteză se termină cu 0, deci $t$ este divizibil cu $17 \cdot 71 \cdot 5 = 6035$............................................................................. 4p

**b) (10p)** $2^{72} = 2^{4 \cdot 18}$ are ultima cifră 6, $2^{34} = 2^{4 \cdot 8+2}$ are ultima cifră 4, deci $2^{72} + 2^{34}$ se termină cu cifra 0........................................................................................................................ 4p

Analog, $7^{72} = 7^{4 \cdot 18}$ are ultima cifră 1, $7^{34} = 7^{4 \cdot 8+2}$ are ultima cifră 9, deci $7^{72} + 7^{34}$ se termină cu cifra 0 ...................................................................................................................... 4p

Numărătorul și numitorul se divid cu 10, rezultă cerința problemei ................................................... 2p

**2. a) (12p)** Figura ........................................................................................................ 1p

Obține prin calcul $m(\sphericalangle AOB) = 72^0, m(\sphericalangle COB) = 108^0$ .................................................. 4p

Din $OM \perp OB$ și $ON \perp OA$ și faptul că $\sphericalangle MON$ și $\sphericalangle AOB$ ascuțite $\Longrightarrow \sphericalangle MON \equiv \sphericalangle AOB$ ..... 2p

Calculează $m(\sphericalangle BON) = m(\sphericalangle AON) - m(\sphericalangle AOB) = 18^0$ ............................................... 1p

$m(\sphericalangle COM) = m(\sphericalangle AOC) - m(\sphericalangle AOB) - m(\sphericalangle MOB) = 18^0$ ............................................ 1p

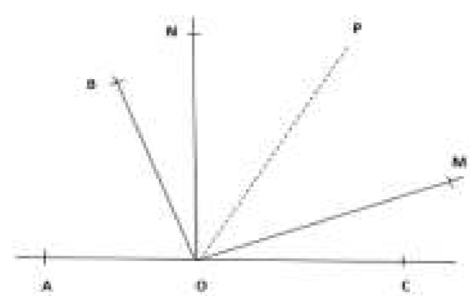
Fie $[OP$ bisectoarea $\sphericalangle MON \Longrightarrow m(\sphericalangle MOP) = m(\sphericalangle NOP)$ ................................................ 1p

Dar $m(\sphericalangle BON) = m(\sphericalangle COM)$, și , prin adunarea membru cu membru a ultimelor două egalități, obține $m(\sphericalangle BOP) = m(\sphericalangle COP)$, deci $[OP$ este și bisectoarea $\sphericalangle BOC$ ............................................... 2p

**b) (8p)** $\Delta BOC$ isoscel, $[OP$ este bisectoarea $\sphericalangle BOC \Longrightarrow$ $[OP]$ înălțime$\Longrightarrow OP \perp BC$ .................................... 3p

$\Delta MON$ isoscel, $[OP$ este bisectoarea $\sphericalangle MON \Longrightarrow [OP]$ înălțime $\Longrightarrow OP \perp MN$ ........................................... 3p

Din $OP \perp BC$, $OP \perp MN$, rezultă $MN \parallel BC$............................................................................ 2p



**BAREM**

# Clasa a VII -a

**Partea I:** 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

| ITEM | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| VARIANTA CORECTĂ | a | a | b | c | d | a | a | d | d | c |

**Partea a II-a :** 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

**Problema 1.** **(total punctaj 20p)**

1. i) Ecuația data este echivalentă cu ecuația $(x+y)(x^2-xy+y^2-1)=2017$ …………… 1 p

Notând $x+y=S$ și $xy=P$ ecuația devine $S(S^2-3P-1)=2017$ ……………………………… 2 p

$x,y\in Z\Rightarrow S,P\in Z$ și $2017$ este număr prim $\Rightarrow a)\begin{cases}S=1\\S^2-3P-1=2017\end{cases}$ sau $b)\begin{cases}S=2017\\S^2-3P-1=1\end{cases}$

sau $c)\begin{cases}S=-1\\S^2-3P-1=-2017\end{cases}$ sau $d)\begin{cases}S=-2017\\S^2-3P-1=-1\end{cases}$ ……………………………………… 2 p

Din $a)$ deducem $P=-\frac{2017}{3}\notin Z$ deci sistemul $a)$ nu are soluții în mulțimea nr. întregi ………… 1 p

Din $b)$ deducem $3P=S^2-2$, dar $S=2017=3\cdot 672+1$, adică $S=\mathcal{M}_3+1$, prin urmare $P=\frac{S^2-2}{3}=\frac{\mathcal{M}_3-1}{3}\notin Z$. Deci nici în acest caz nu avem soluție ……………………………… 3 p

Analog se analizează cazurile $c)$ și $d)$ și deducem că nici în aceste cazuri nu avem soluții în mulțimea numerelor întregi ……………………………………………………………………… 1 p

ii) Dacă $a,b\in R_+^*$ atunci $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$ (1) și rezultă $S\geq 2+a+b\Leftrightarrow 0<a+b\leq 8$ (2) ……… 1 p

Avem că $ab=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4}$ ……………………………………………………………… 3 p

Din (2) $\Rightarrow 0<(a+b)^2\leq 64$, deci $ab\leq\frac{64-(a-b)^2}{4}\leq 16-\frac{(a-b)^2}{4}\leq 16$ ……………………… 3 p

Egalitate avem atunci când $\frac{(a-b)^2}{4}=0\Leftrightarrow a=b$. Pentru $a=b$ egalitatea din enunț devine $S=2a+2$ și pentru $S=10$ obținem $a=4$, și deci produsul $ab$ ia valoarea maximă $16$ pentru $a=b=4$ ……………………………………………………………………………… 3 p

**Problema 2.** **(total punctaj 20p)**

| | |
|---|---|
| a) Fie MQ mediană în triunghiul isoscel ABM $\Delta MAN\equiv\Delta AMQ\Rightarrow \widehat{MAN}\equiv\widehat{AMQ}$(1) | 3p |
| MQ linie mijlocie în $\Delta ABC\Rightarrow MQ\parallel AC\Rightarrow \widehat{QMA}\equiv\widehat{CAM}$(2) | 3p |
| Din (1) și (2)$\Rightarrow \widehat{MAN}\equiv\widehat{CAM}\Rightarrow$[AM bisectoarea $\widehat{NAC}$ | 3p |
| b) Fie BR mediană în triunghiul isoscel ABM rezultă $BR\perp AM$, dar $MP\perp AM\Rightarrow BR\parallel MP$ | 3p |
| Fie $\{T\}$=BR $\cap$ AC  În $\Delta AMP$, RT linie mijlocie, rezultă AT=TP | 3p |
| În $\Delta BTC$ MP linie mijlocie rezultă CP=PT | 3p |
| $AT=TP=PC\Rightarrow\frac{PC}{AP}=\frac{1}{2}$ | 2p |

Inspectoratul Școlar Județean Argeș
Liceul Teoretic „Iulia Zamfirescu" Mioveni

Concursul Județean de Matematică-Informatică, ediția a X-a

"In memoriam prof. Ion Cojocaru"

**BAREM** **Clasa a VIII -a**

**Partea I:** 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

| ITEM | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| VARIANTA CORECTĂ | C | C | B | C | C | A | A | D | D | D |

**Partea a II-a :** 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

**Problema 1.** **(total punctaj 20p)**

$\frac{a_n^2+2\cdot n\cdot a_n+n^2+n}{a_n+n}=\frac{(a_n+n)^2+n}{a_n+n}=a_n+n+\frac{n}{a_n+n}$ 3p

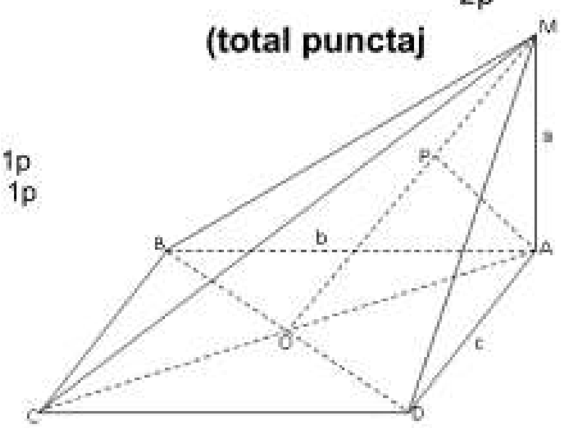
Suma fracțiilor =

$\left(1+a_1+\frac{1}{a_1+1}\right)+\left(2+a_2+\frac{2}{a_2+2}\right)+\dots+\left(n+a_n+\frac{n}{a_n+n}\right)=(1+2+\dots+n)+(a_1+a_2+\dots+a_n)+\left(\frac{1}{a_1+1}+\frac{2}{a_2+2}+\dots+\frac{n}{a_n+n}\right)$ 3pIdentific

termenii $\Longrightarrow 1+2+\dots+n=1951\cdot 975 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2}=1951\cdot 975$ 2p

n = 1950 2p

**Problema 2.** **(total punctaj 20p)**




**a.** Notam AM=a ; AB=b ; AD=c

a + b + c = 3 1p

a² + b² + c² = 3 1p

(a + b + c)² = a² + b² + c² + 2ab + 2ac + 2bc 1p

⟹ ab + ac + bc = 3 1p

a² + b² + c² = ab + ac + bc 1p

a² + b² + c² - ab - ac – bc = 0 1p

(a – b)² + (b – c)² + (a – c)² = 0 2p

⟹ a = b = c = 1 ⟹ $ABCD\ patrat$ 2p

Demonstreaza MO ⊥ BD 2p

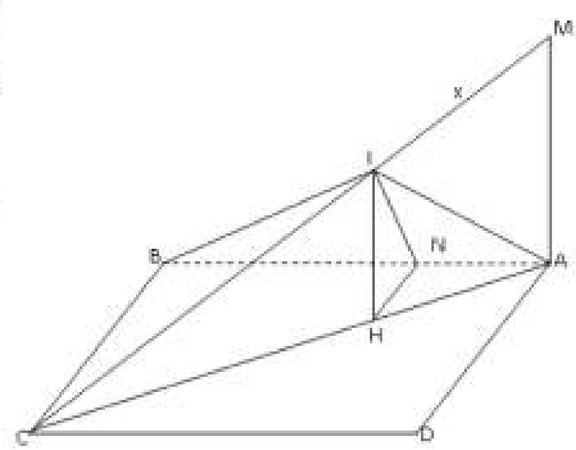
Demonstreaza AP ⊥ (MBD) 2p

Calculeaza AO = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2p

Calculeaza MO = $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 2p

Calculeaza distanta de la A la planul (BMD) = $\frac{\sqrt{3}}{3}$2p

**b.** Demonstreaza IN ⊥ AB 2p




Calculeaza IH =1- $\frac{x}{\sqrt{3}}$ 2p

Calculeaza HN = $\frac{x}{\sqrt{3}}$ 2p

Calculeaza IN = $\sqrt{\frac{2}{3}\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}$ 2p

Aria triunghiului IAB este minima daca IN este min. , IN = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ val min., pt x=$\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2p