Concursul Interjudețean de Matematică „Teodor Topan”
Ediția a V-a, Şimleu Silvaniei – 20 noiembrie 2010
Clasa a VIII-a

1. Fie $a>0$. Determinați numerele reale $x_1, x_2, ..., x_{2010}$ ştiind că
$$2a\left(\sqrt{x_1^2-a^2}+\sqrt{x_2^2-a^2}+...+\sqrt{x_{2010}^2-a^2}\right)=x_1^2+x_2^2+...+x_{2010}^2 .$$
. *(Gazeta Matematica)*

2. Demonstrați că numărul $\overline{a_1a_2...a_n25}$ este pătrat perfect dacă şi numai dacă $\overline{a_1a_2...a_n}$ este produsul a doua numere naturale consecutive (de exemplu, numerele 225, 7225, 11025 sunt pătrate perfecte).

(Gazeta Matematica)

3. Se consideră punctele necoplanare A, B, C, D astfel încât $AB\perp AC, DB\perp AB, DC\perp AC.$ Notăm cu E şi F, respectiv mijloacele segmentelor $[AD]$ şi $[BC]$.
Demonstrați că $EF\perp(ABC)$.

***

4. Numerele reale x, y, z, t au proprietatea că $x^{2010}+y^{2010}+z^{2010}+t^{2010}=1$ şi există $k\in\mathbb{N},\ k>2010$, impar astfel încât $x^k+y^k+z^k+t^k=1$.
Arătați că $x^n+y^n+z^n+t^n=1$ pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

Dorel Miheț

Notă: *Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*
Timp de lucru: 3 ore