

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ – 13 februarie 2010**

**CLASA a VIII –a**

1. Fie  $N$  un număr natural astfel încât  $9N$  se scrie ca o sumă de două pătrate perfecte. Arătați că  $10N$  are aceeași proprietate. *G.M. nr.11, 2009*
2. a. Aflați numărul natural  $n$  pentru care :  
$$\left(\sqrt{n+1}+1\right)\left(\sqrt{\sqrt{n+1}}+1\right)\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{n+1}}}+1\right)=n$$
  
b. Numerele reale  $a$  și  $b$  verifică inegalitatea :  $a^2+b^2 - 4\sqrt{3}a - 6\sqrt{2}b + 30 \leq 0$ . Să se arate că numărul  $x = \left(\frac{12}{a} + \frac{18}{b}\right)(b-a)$  este natural.
3. Pe planul triunghiului  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AB = AC = 6\sqrt{3}$ , se ridică perpendiculara  $BV = 6\sqrt{3}$ . Se cere :
  - a. Arătați că  $(VAB) \perp (VAC)$
  - b. Distanța de la  $B$  la planul  $(VAC)$
  - c. Măsura unghiului format de planele  $(VAC)$  și  $(VBC)$
  - d. Dacă  $R$  este mijlocul segmentului  $CV$ , arătați că  $(RA) \equiv (RB)$
4. În piramida  $VABCD$ , notăm cu  $E$  și  $F$  centrele de greutate ale fețelor  $VAB$  și  $VAD$  și cu  $M$  și  $N$  mijloacele muchiilor  $BC$  și  $CD$ . Demonstrează că dreptele  $DF$  și  $MN$  determină un plan.

*Manual, clasa a VIII-a*

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii.  
Timp de lucru 3 ore.  
Fiecare subiect este notat de la 0-7p.