CLASA a VIII-a

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

4p **1.** Dacă $a=2\sqrt{2}$, atunci numărul real a^2 este egal cu:

A. 4 **B.** $4\sqrt{2}$ **C.** 8 **D.** 16

4p **2.** Se consideră paralelogramul *ABCD*. Punctul *M* este situat în interiorul laturii $[BC]$.

Dacă $m(\sphericalangle MAB)=m(\sphericalangle MDC)=30^\circ$, atunci $m(\sphericalangle AMD)=$

A. 90° **B.** 60° **C.** 45° **D.** 30°

4p **3.** Dacă $x\in\mathbb{R}-\mathbb{Q}$, atunci valoarea expresiei $\left(3x^2-x^2\right):(-2x)+x=$ este egală cu:

A. 0 **B.** x **C.** $-x$ **D.** $-2x$

4p **4.** Diagonalele unui dreptunghi *ABCD* se intersectează în punctul *O*. Dacă $AO=2{,}05\ cm$, atunci lungimea segmentului $[BD]$ este egală cu:

A. 4,1 *cm* **B.** 2,05 *cm* **C.** 4,01 *cm* **D.** 4,05 *cm*

4p **5.** Numărul irațional din mulțimea $A=\left\{0,(6);\sqrt{\frac{16}{8}};-\frac{3}{2};\sqrt{49}\right\}$ este egal cu:

A. $0,(6)$ **B.** $\sqrt{\frac{16}{8}}$ **C.** $-\frac{3}{2}$ **D.** $\sqrt{49}$

4p **6.** Trapezul *ABCD* are baza mare $[AB]$ şi aria egală cu *S*. Punctul *M* este mijlocul laturii $[AD]$. Aria triunghiului *MBC* este egală cu:

A. $\frac{1}{2}S$ **B.** $\frac{2}{3}S$ **C.** $\frac{3}{5}S$ **D.** $\frac{3}{7}S$

4p **7.** Se măreşte numărul *a* cu 25% din el şi se obține numărul *b*. Se micşorează numărul *b* cu *x* % din el şi se obține numărul *a*. Atunci numărul *x* este egal cu:

A. 25 **B.** 20 **C.** 10 **D.** 5

4p **8.** Un triunghi *ABC* are $AB=9cm$ şi $AC=12cm$. Punctele *M* şi *N* sunt situate pe laturile $[AB]$ şi respectiv $[AC]$ astfel încât $AM=3cm$ şi $MN\parallel BC$. Lungimea segmentului $[NC]$ este egală cu:

A. 2 *cm* **B.** 6 *cm* **C.** 4 *cm* **D.** 8 *cm*

4p **9.** Dacă *a* şi *b* sunt numere reale nenule şi $|a-b|=|b-2a|$, atunci:

A. $b-a=0$ **B.** $2b=3a$ **C.** $2a=3b$ **D.** $a=2b$

4p **10.** Un triunghi *ABC* are $AB=17cm, AC=15cm, BC=8cm$. Distanța de la punctul *A* la dreapta *BC* este egală cu:

A. $\frac{8\cdot 15}{17}\ cm$ **B.** 8 *cm* **C.** 17 *cm* **D.** 15 *cm*

II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

1. Un număr natural a are 17 divizori naturali, iar un alt număr natural b are 19 divizori naturali.

3p **a)** Numărul maxim de divizori naturali ai numărului ab este egal cu....

3p **b)** Numărul minim de divizori ai numărului ab este egal cu....

2. Considerăm trapezul $ABCD$ în care $m(\sphericalangle A)=m(\sphericalangle B)=90^\circ$ şi $m(\sphericalangle C)=45^\circ$. Dacă $BD=DC=6\sqrt{2}\ cm$, atunci

3p **a)** $AD=....cm$;

3p **b)** Aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu ... cm^2.

3p **3. a)** Numărul n este întreg şi $(n+3)^2-(2n+6)\cdot(n-3)+(3-n)^2=p^2$. Numărul $|p|$ este egal cu....

3p **b)** Un divizor natural propriu al numărului $N=149^2-112^2$ este egal cu....

4. În triunghiul ABC, $m(\sphericalangle A)=90^\circ$ şi $m(\sphericalangle C)=30^\circ$. Fie $AD\perp BC,\ D\in(BC)$.

3p **a)** Valoarea raportului $\dfrac{BD}{BC}$ este egală cu....

3p **b)** Dacă $[AE]$ este bisectoarea unghiului A ($E\in BC$) şi $[CF]$ este bisectoarea unghiului C ($F\in AB$), atunci valoarea raportului $\dfrac{AE}{CF}$ este egală cu....

3p **5. a)** Valoarea de adevăr a propoziției $\sqrt{10}^{-1}\cdot\sqrt{10-3,6}\in\mathbb{Q}$ este....

3p **b)** Numerele a şi b sunt raționale şi $a\sqrt{2}+b=1$. Numărul rațional $a+b$ este egal cu...

III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.

1. Se consideră cercul de centru O şi rază $R=6cm$. Coarda $[AB]$ este situată la distanța de 2 cm față de O. Punctul C este diametral opus punctului B, iar M este mijlocul arcului mic $\overset{\frown}{AB}$.

5p **a)** Determinați valoarea raportului $\dfrac{CA}{CB}$.

5p **b)** Arătați că mijlocul segmentului $[CM]$ este situat pe dreapta AB.

4p **2. a)** Arătați că orice număr natural impar poate fi scris ca diferență a două pătrate de numere naturale.

3p **b)** Arătați că orice pătrat perfect mai mare decât 1 se poate scrie ca diferență de două pătrate perfecte.

3p **c)** Cinci triunghiuri dreptunghice au lungimile laturilor numere naturale. Fiecare triunghi are una dintre catete egală cu 21. Arătați că cel puțin două dintre cele cinci triunghiuri sunt congruente.

Total punctaj maxim 100 puncte.

EVALUARE ÎN EDUCAŢIE la MATEMATICĂ

ETAPA I – 17.10.2009

CLASA a VIII-a

Barem de corectare şi notare

Subiectele I şi II

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerinţe, fie 0 puncte.
Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	C	B	A	A	B	A	B	D	C	D

Nr. item	II.1.a)	II.1.b)	II.2.a)	II.2.b)	II.3.a)	II.3.b)	II.4.a)	II.4.b)	II.5.a)	II.5.b)
Rezultate	323	35	6 cm	54 cm^2	6	Ex: 37, 259	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	adevărat	1

Subiectul III

Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1.	**a)** Fie $\{P\} = OM \cap AB$. Rezultă că P este mijlocul segmentului $[AB]$	**1 p**
	Deoarece $[BC]$ este diametru, deducem că $CA \perp AB$, deci $CA \parallel OP$.	**1 p**
	Înseamnă că $[OP]$ este linie mijlocie în triunghiul CAB	**1 p**
	Prin urmare, $AC = 2 \cdot OP = 4\ cm$	**1 p**
	Cum $BC = 12\ cm$, rezultă că $\frac{CA}{CB} = \frac{1}{3}$.	**1 p**
	b) Deoarece $AC \parallel MP$ şi $AC = MP = 4\ cm$, rezultă că patrulaterul $AMPC$ este paralelogram.	**3 p**
	Deoarece într-un paralelogram diagonalele se înjumătăţesc, rezultă concluzia.	**2 p**
2.	**a)** Un număr natural impar este de forma $2k+1$, unde $k \in \mathbb{N}$.	**1 p**
	Deoarece $2k+1 = (k+1)^2 - k^2$, rezultă concluzia.	**3 p**
	b) Considerăm un pătrat perfect mai mare decât 1.	
	Acesta este de forma $2^{2p} \cdot q^2$, unde p şi q sunt numere naturale, q impar.	**1 p**
	Conform celor de mai sus, $q^2 = a^2 - b^2$, unde a şi b sunt numere naturale	**1p**
	Deci, $2^{2p} \cdot q^2 = 2^{2p} \cdot (a^2 - b^2) = (2^p \cdot a)^2 - (2^p \cdot b)^2$	**1 p**
	c) Fie x şi y lungimile ipotenuzei respectiv catetei rămase dintr-unul din cele cinci triunghiuri.	
	Avem $21^2 = x^2 - y^2 = (x-y) \cdot (x+y)$	**1 p**
	Deoarece $x - y < x + y$, deducem că $x - y \in \{1, 3, 7, 9\}$	**1p**
	Obţinem patru perechi distincte (x, y) fiecare corespunzând unui triunghi dreptunghic. Conform *principiului cutiei*, rezultă concluzia.	**1 p**

Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.