Concursul Național de Matematică "Arhimede"
Ediția a X-a, Etapa a II-a, 23 februarie 2013

Clasa a V-a

I. Efectuați calculele:

(4p) **a)** $(99 \cdot 98 + 99 \cdot 3 - 99)^2 : (3^2 \cdot 11)^2$ *(5p)* **b)** $8^8 : 4^4 : 2^2 - 2^{14}$

II. Numerele $1, 2, 3, \dots, 2013$ sunt așezate într-un tabel astfel:

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
....

(3p) **a)** Să se demonstreze că numărul 2013 se află pe linia 63.

(3p) **b)** Să se afle câte numere conține a 63-a linie.

(3p) **c)** Să se afle câte linii conțin cel puțin un număr divizibil cu 19. *Traian Preda*

III. *(4p)* **a)** Fie $a \in \mathbb{N}$. Să se arate că numărul format din alăturarea numerelor a, $a+1$ și $a+2$ în orice ordine, se divide cu 3.

(5p) **b)** Se consideră numărul $n = 1234 \dots 201120122013$ format din alăturarea primelor 2013 numere naturale, în ordine crescătoare. Să se arate că n este divizibil cu 3. *N.M. Goșoniu*

IV. *(4p)* **a)** Determinați numerele $\overline{8xy9}$ care dau restul 11 prin împărțirea la 27.

(5p) **b)** Arătați că $359^{953} > 953^{359}$. *Vasile Tarciniu*

Clasa a VI-a

I. Se consideră numerele

$$a = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{9} \text{ și } b = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

(4p) **a)** Comparați numerele a și b. *(5p)* **b)** Calculați: $(3a + b) : (a + 4b)$.

II. Fie $n = 201320122011 \dots 1098 \dots 4321$ format din alăturarea primelor 2013 numere naturale nenule scrise în ordine descrescătoare.

(4p) **a)** Să se afle restul împărțirii lui n la 3 și să se stabilească dacă n poate fi pătrat perfect.

(5p) **b)** Să se afle restul împărțirii lui n la 45. *N.M. Goșoniu*

III. *(9p)* Se consideră triunghiul isoscel ABC $(AB \equiv AC)$ și punctele $D \in BC$, $E \in AB$ astfel încât C este mijlocul segmentului BD și B este mijlocul segmentului AE. Dacă notăm $EC \cap AD = \{M\}$, să se demonstreze că $\Delta\, CMD$ este isoscel. *Traian Preda*

IV. *(9p)* Se consideră unghiurile adiacente și cu interioare disjuncte
$\sphericalangle A_1OA_2, \sphericalangle A_2OA_3, \sphericalangle A_3OA_4, \dots, \sphericalangle A_{n-1}OA_n$
care au măsurile numere prime distincte și astfel încât $\sphericalangle A_1OA_n$ să fie alungit.
Fie $[OB_1, [OB_2, \dots, [OB_{n-1}$ bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle A_1OA_2, \sphericalangle A_2OA_3, \dots, \sphericalangle A_{n-1}OA_n$. Să se afle valoarea maximă a numărului n știind că $m(\sphericalangle B_1OB_2), m(\sphericalangle B_2OB_3), \dots, m(\sphericalangle B_{n-2}OB_{n-1})$ sunt numere prime. *Traian Preda*