INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA **ETAPA LOCALĂ, 12.02.2011**

CLASA a VII a

1. a) Arătaţi că $a^{2^{k+1}}-1=\left(a^{2^k}-1\right)\left(a^{2^k}+1\right)$.

b) Arătaţi că pentru orice $n\in\mathbb{N}$, numărul $(2n)^{2^{2010}}+1$ nu poate fi scris ca o sumă de două numere prime.

Romelia Şcheau, Ploieşti

2. Fie trapezul $ABCD$ cu $AB\parallel CD$ şi $DC=DA+AB.$ Ştiind că bisectoarea unghiului $\measuredangle(DAB)$ intersectează BD în E; demonstraţi că:
a) $AE\parallel BC$; b) triunghiurile BEC şi BAD sunt echivalente.

Marius Damian, Brăila

3. Se dau mulţimile
$A=\left\{(a,b,c)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}\times\mathbb{N}\,/\,a^2+b^2+c^2=7^{2011}\right\}$ şi $B=\left\{(a,b,c)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}\times\mathbb{N}\,/\,a^2+b^2+c^2=7^{2012}\right\}$.
Să se demonstreze inegalitatea $cardB\geq 9+cardA.$

Gabriel Daniilescu, Brăila

4. Arătaţi că dacă $x,y\in\mathbb{R}^*$ astfel încât $5x^3+2x^2y=2y^3+5xy^2$, atunci $\dfrac{3x+4y}{4x+3y}\in\mathbb{Z}$.

Gazeta Matematică, Vasile Scurtu, Bistriţa

CLASA a VIII a

1. Determinaţi numerele prime x şi y ştiind că $\left[\dfrac{5x}{2y}\right]=2x-3y-2$, iar $\left\{\dfrac{5x}{2y}\right\}=\dfrac{x-2y}{2}$, unde $[a]$ şi $\{a\}$ reprezintă partea întreagă şi respectiv partea fracţionară a numărului real a.

Gazeta Matematică, E. Blăjut, Bacău

2. Pe planul triunghiului dreptunghic şi isoscel $ABC(AB=AC=a)$ ducem perpendiculara $AA'=a.$ Din A' ducem un segment $A'D=a\sqrt{2}, A'D$, perpendicular pe AA'. Dacă BD este perpendicular pe AB şi dacă D este de aceeaşi parte a planului $(AA'B)$ ca şi C atunci:

a) Triunghiul DBC este echilateral;
b) Fie T proiecţia lui A' pe planul (BDC), calculaţi tangenta unghiului dintre $A'T$ şi planul (ABC);
c) Calculaţi lungimea distanţei de la A' la (DCB).

Tilincă Daniela şi Mihăilă Adriana, Brăila

3. Să se determine suma divizorilor primi ai numărului 63999999.

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

4. a) Să se arate că segmentele care unesc un vârf al unui tetraedru cu centrul de greutate al feţei opuse sunt concurente într-un punct G numit centrul de greutate al tetraedrului.
b) Fie G un punct arbitrar situat în interiorul unui unghi triedru determinat de semidreptele $[OA, [OB, [OC$. Să se arate că există punctele $M\in[OA, N\in[OB, P\in[OC$ astfel încât G să fie centrul de greutate al tetraedrului $[OMNP]$.

Gabriel Daniilescu, Brăila