

SUBIECTUL I (7p)

1p) a) Arătați că $\frac{3}{2\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{15}} + \frac{5}{2\sqrt{6}} > 3$

3p) b) Determinați mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / x\sqrt{5+2\sqrt{6}} + 3 = \left| 3 - x\sqrt{4+2\sqrt{3}} \right| \right\}$.

3p) c) Determinați numerele reale strict pozitive a, b, c știind că

$$\frac{6}{\sqrt{a+12-\sqrt{12a}} + \sqrt{b+6-\sqrt{20b}} + \sqrt{c+10-\sqrt{24c}}} \in \mathbb{N}$$

SUBIECTUL II (7p)

2p) a) Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ ordonați crescător numerele: $x = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$, $y = \frac{1}{2\sqrt{n}}$ și

$$z = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}.$$

5p) b) Folosind eventual rezultatul de la punctul a), determinați partea întreagă a numărului $\alpha - \frac{17}{25}$, unde $\alpha = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2010}}$.

SUBIECTUL III (7p)

Se dă cubul $ABCDMNPQ$, în care O_1 și O_2 sunt centrele cercurilor înscrise în triunghiurile ABD , respectiv BCD .

2p) a) Arătați că $MC \perp (BDP)$;

2p) b) Știind că $O_1O_2 = 2$ cm, calculați lungimea muchiei cubului;

3p) c) Știind că muchia cubului este de $2 + \sqrt{2}$ cm, $E \in [AD]$, $F \in [CD]$, astfel încât

$$\frac{AE}{ED} = \frac{CF}{FD} = \sqrt{2}, \text{ determinați măsura unghiului format de planele } (MO_2F) \text{ și } (PO_1E).$$

SUBIECTUL IV (7p)

7p) Determinați numerele \overline{abc} știind că $\sqrt{\overline{abc}} = \overline{ab} - \sqrt{c}$.

E:14093/ G.M nr.11 – 2010

Subiecte selectate și prelucrate de prof. Romes Păduraru, Școala nr.11, Botoșani

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 3 ore