

## Barem de evaluare și notare

### Subiectul I

a)  $\frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{8}} > 1, \frac{4}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{15}} > 1, \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{24}} > 1$ .....0,5p

Finalizare .....0,5p

b) Condiția  $x(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + 3 \geq 0 \rightarrow x \geq -3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ .....0,5p

$\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  .....0,5p

$\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1$ .....0,5p

Rezolvarea ecuațiilor  $x(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + 3 = \pm [3 - x(\sqrt{3} + 1)]$  și scrierea mulțimii A ..... 0,5p x 3 = 1,5p

c)  $a + 12 - \sqrt{12a} = (\sqrt{a} - \sqrt{3})^2 + 9 \rightarrow \sqrt{a + 12 - \sqrt{12a}} \geq 3$  .....0,5p

$b + 6 - \sqrt{20b} = (\sqrt{b} - \sqrt{5})^2 + 1 \rightarrow \sqrt{b + 6 - \sqrt{20b}} \geq 1$  .....0,5p

$c + 10 - \sqrt{24c} = (\sqrt{c} - \sqrt{6})^2 + 4 \rightarrow \sqrt{c + 10 - \sqrt{24c}} \geq 2$  .....0,5p

numitorul  $\geq 6$ .....0,5p

fracția = nr. natural  $\rightarrow$  numitorul  $\leq 6$ .....0,5p

finalizare .....0,5p

### Subiectul II

a)  $\sqrt{n+1} + \sqrt{n} > \sqrt{n} + \sqrt{n} > \sqrt{n} + \sqrt{n-1}$  .....1p

finalizare..... 1p

b)  $x < y < z$  și raționalizare  $\rightarrow \sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \frac{1}{2\sqrt{n}} < \sqrt{n} - \sqrt{n-1}, \forall n \in \mathbf{N}$ .....1p

scrierea inegalităților de la  $n=1$  până la  $n=2010$ .....1p

însurarea relațiilor și obținerea inegalității

$\sqrt{2011} - 1 < \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2\sqrt{2010}} < \sqrt{2010}$  .....2p

Înmulțirea cu 2 și finalizare  $[a - \frac{17}{25}] \in \{88; 87\}$  .....1p

### Subiectul III

a)  $BD \perp (MAC), MC \subset (MAC) \rightarrow BD \perp MC$ .....0,75p

$BP \perp (MNC), MC \subset (MAC) \rightarrow BP \perp MC$ .....0,75p

Finalizare.....0,5p

b) Localizarea lui  $O_1$ , aplicarea teoremei bisectoarei în  $\Delta AOB$  și determinarea  $OO_1 = \frac{a}{2 + \sqrt{2}}$ , unde O este central lui

ABCD, iar a latura cubului.....1p

Justificarea  $OO_1 = OO_2 = 1\text{cm}$ .....0,5p

Finalizare.....0,5p

c)  $O_1E \parallel O_2F \parallel BD$ .....0,5p

Folosirea (de la a) a lui  $BD \perp (MAC), MO_2 \subset (MAC) \rightarrow BD \perp MO_2, \rightarrow MO_2 \perp O_1E$  .....0,5p

Justificarea  $MO_2 \perp PO_1$ .....1p

$MO_2 \perp (PO_1E)$ .....0,5p

Finalizare.....0,5p

### Subiectul IV

$\sqrt{abc} \geq 0 \Rightarrow \overline{ab} - \sqrt{c} \geq 0 \Rightarrow \overline{ab} > 0 (\overline{ab} > 9)$ .....1p

Ridicând la pătrat, efectuând calculele și stabilirea relației  $\overline{ab}(\overline{ab} - 10 - 2\sqrt{c}) = 0$ .....2p

$\Rightarrow \overline{ab} - 10 - 2\sqrt{c} = 0 \Rightarrow \overline{ab} - 10 = 2\sqrt{c}, \overline{ab} - 10 \in \mathbf{N} \Rightarrow \sqrt{c} \in \mathbf{N} \Rightarrow c \in \{0, 1, 4, 9\}$ .....2p

Finalizare  $\overline{abc} \in \{100, 121, 144, 169\}$ .....2p

### Sau

a)  $x^2$  de forma  $4k$  sau  $4k+1$ .....1p

restul împărțirii la 4 este 0 sau 1.....1p

b) Aducerea expresiei date la forma  $(x - y)^2 + (y - 1)^2 - 3 = 2^{2008} = 4^{1004}$ .....2p

Deducerea faptului că membrul I se divide cu 4.....1p

Analiza celor patru cazuri și concluzia corespunzătoare.....2p