BISTRIȚA - NASAUD

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ- etapa locală
16 februarie 2013

clasa a VII-a

SUBIECTUL

1. Determinați numărul $\overline{ab}$ știind că $3\sqrt{\overline{ab}} = 2(a+b)$.

S: E12.404, februarie 2012

SUBIECTUL 2

2. În paralelogramul ABCD cu $AB \perp AC$, $AC \cap BD = \{0\}$, notăm cu P simetricul punctului B față de dreapta AC și cu Q simetricul punctului P față de mijlocul segmentului [AC].
   a) Demonstrați că patrulaterul ABQD este trapez dreptunghic.
   b) Arătați că $\mathcal{A}_{ABQD} = 6\,\mathcal{A}_{OCQ}$.

SUBIECTUL 3

Dacă $a = \dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1+\frac{1}{2n+1}}}}}$, determinați numărul natural n, astfel încât numărul

$b = \sqrt{\dfrac{1}{1-\frac{1}{a}}}$ să fie rațional.

CLASA a VIII a

1. Numerele reale strict pozitive x și y verifică inegalitatea:
   $2\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{(x+1)(y+4)}$. Calculați media geometrică a numerelor x și y .

2. Dacă $x \in [-3; 5]$ și $y \in [-1; 6]$, arătați că
   $a = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy - 22x - 22y + 121} + \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy + 8x + 8y + 16}$
   este număr natural.

3. Fie $SABC$ o piramidă triunghiulară regulată, cu baza ABC , M mijlocul laturii AC , $m(\sphericalangle BSM) = 90^\circ$, $SA = a$ și $AB = b$. $(a > 0, b > 0)$.
   a) Găsiți o relație între a și b.
   b) Calculați distanța de la punctul C la planul (SAB).