OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

FAZA PE SECTOR ; BUCUREŞTI-14.02.2009

CLASA a V-a

1.Determinaţi cel mai mic număr natural de forma $\overline{2009a_1a_2...a_k2009}$ care are suma cifrelor 2009 .

Daniela Chiteş

2.Cailor unei ferme li s-au pus potcoave noi. Potcoavele se prind de copitele cailor cu ajutorul unor "cuie" speciale numite caiele. Dacă în total s-au folosit 1284 caiele , câţi cai au fost potcoviţi ?

(Precizare .O potcoavă este fixată prin cel puţin două cuie(caiele) la piciorul unui cal.)

Dilimoţ-Niţă Vasilica

3.Să se determine ultima cifră a numărului :

$$M=1+1\cdot 2+1\cdot 2\cdot 3+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4+...+1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot 2008$$

Doina Stoica (Gazeta Matematică)

4.Să se determine suma tuturor resturilor împărţirilor la 10 ale numerelor naturale n, cu proprietatea $0\le n\le 2009$.

Dorela Făinişi

Notă

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează între 1şi 7 puncte.
Timp de lucru efectiv : 2 ore

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

FAZA PE SECTOR

BUCUREŞTI-14.02.2009

CLASA a VI-a

1.În jurul unei mese rotunde cu 36 de locuri se află 19 fete şi 17 băieţi . Să se arate că oricum s-ar aşeza , cel puţin două fete se vor afla faţă în faţă (pe locuri diametral opuse).

Georgeta Alexandrescu , Niculaie Marin Goşoniu

2.Fie $a,b,c \in \mathbb{N}$, astfel încât $2 \cdot a + 3 \cdot b = 9 \cdot n + 24$ şi $5 \cdot b - 6 \cdot c = 15 \cdot n + 2$. Să se determine a şi c.

Dumitru Săvulescu (Gazeta Matematică)

3.Pe o dreaptă se consideră un punct fix A, un punct mobil P şi mijlocul N al segmentului AP. Când punctul P se deplasează pe dreaptă şi ajunge în poziţia P' , punctul N se deplasează şi ajunge în poziţia N'. Ce relaţie există între lungimile segmentelor PP' şi NN' ?

Viorel Chinan

4.În jurul punctului O se consideră unghiurile $\sphericalangle A_1OA_2, \sphericalangle A_2OA_3, \sphericalangle A_3OA_4, ..., \sphericalangle A_{11}OA_{12}, \sphericalangle A_{12}OA_1$ ce au interioarele disjuncte şi măsurile exprimate în grade prin numere naturale multipli consecutivi ai lui 4 .

a)Aflaţi măsurile unghiurilor.

b)Există două dintre laturile unghiurilor care să fie semidrepte opuse ?

c)Există două bisectoare ale unghiurilor care să aibă dreptele suport perpendiculare ?

Nicolae Victor , Petre Simion

Notă .Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează între 1 şi 7 puncte.
Timp de lucru efectiv : 2 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

FAZA PE SECTOR

BUCUREŞTI-14.02.2009

CLASA a VII-a

1.a) Să se demonstreze că $\frac{1}{n(n+8)}=\frac{1}{8}\cdot\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+8}\right)$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

b) Să se calculeze suma $S=\frac{1}{1\cdot 9}+\frac{1}{9\cdot 17}+\frac{1}{17\cdot 25}+...+\frac{1}{41\cdot 49}$

c) Determinaţi $x,y\in\mathbb{Z}$ astfel încât $x^2\cdot\sqrt{(y-1)^2}=2009$

Consuela Voica

2.Să se demonstreze că numărul $\overline{A(A+1)}$ nu este pătrat perfect , oricare ar fi numărul natural A de forma : $A=4\cdot k+2,k\in\mathbb{N}$.

Petre Simion

3.Să se arate că ecuaţia : $x^2+6y^2=2807$ nu are soluţii numere întregi .

Costel Chiteş , Gabriel Vrînceanu

4.Fie ABC un triunghi ascuţitunghic cu $m(\sphericalangle A)=60^\circ$, iar E şi F picioarele înălţimilor din B şi C .

Notăm cu M mijlocul laturii $[BC]$ şi cu H ortocentrul triunghiului .

a) Stabiliţi $m(\sphericalangle BHC)$

b) Stabiliţi natura triunghiului EFM

c) Ştiind că $\frac{AF}{FB}=\frac{5}{3}$, determinaţi $\frac{AE}{EC}$

Anca –Silvia Negulescu

Notă . Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează între 1 şi 7 puncte.
Timp de lucru efectiv : 3 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

FAZA PE SECTOR

BUCUREŞTI-14.02.2009

CLASA a VIII-a

1. Să se rezolve ecuaţia :

$$\left|\frac{6x}{3x+1}\right|+\left|\frac{3x+1}{6x}\right|=2-|3x-1|$$

Dilimoţ-Niţă Vasilica

2. Un triunghi are lungimile înălţimilor $\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{6}$. Aflaţi lungimile medianelor .

Damian Marinescu (Gazeta Matematică)

3. Dacă $a\in\mathbb{R}_+^*$ şi $a+\frac{1}{a}=3$, să se determine valoarea expresiei :

$$E=\frac{1}{a^4}\cdot\left(a^8+a^7+a^6+a^5+a^4+a^3+a^2+a+1\right)$$

4.Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ având proprietatea $AA'\le\min(AB,BC)$.

Notăm cu O centrul dreptunghiului $ABCD$.

a)Să se demonstreze că paralelipipedul este cub dacă şi numai dacă $C'O\perp A'C$.

b)În cazul în care $C'O\perp A'C$, determinaţi măsura unghiului planelor (AOC') şi $(A'BC)$.

Daniela Chiteş

Notă . Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează între 1 şi 7 puncte.
Timp de lucru efectiv : 3 ore.