

RĂSPUNSURI

ISJ Maramureș

Varianta 1

- I.**
1. A
 2. A
 3. F
 4. F
 5. F

- II.**
1. A
 2. A
 3. A
 4. B
 5. A

III.

1. $A = (-\infty, 5]$ $B = [-3, 7]$.

$$A \cup B = (-\infty, 7] \quad A \cap B = [-3, 5] \quad A \setminus B = [-3, 5].$$

2. $MB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 = MD.$

$$AC = 6\sqrt{2}.$$

$$MC = \sqrt{8^2 + (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 + 72} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}.$$

$$MO = \sqrt{8^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 + 18} = \sqrt{82}$$

$$S_{MAC} = \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{8 \cdot 6\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2}.$$

$$\frac{P}{100} \cdot 36 = 24\sqrt{2}.$$

$$P = \frac{2400\sqrt{2}}{36} = \frac{200}{3}\sqrt{2}.$$

3. $x + \frac{1}{x} = 2 \Big| ^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4.$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \Big| ^2 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{64} = 2.$$

Varianta 2

- I.**
1. A
 2. A
 3. F
 4. F
 5. F

- II.**
1. B
 2. B
 3. C
 4. A
 5. B

III.

1. $x = -1$.

2. $AE = 8\sqrt{2}$.

$$BE^2 = 8^2 + (8\sqrt{2})^2 \quad BE = 8\sqrt{3}.$$

$$OO' - \text{linia mijlocie în triunghiul } BDF \Rightarrow OO' = \frac{1}{2} \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$$

$$\left. \begin{array}{l} DE \perp AD \\ DE \perp DC \end{array} \right\} \Rightarrow ED \perp BD \Rightarrow \triangle EDB \text{ dreptunghic} \Rightarrow$$

$$\text{aria} = \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{DE \cdot BD}{2} = \frac{8 \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 32\sqrt{2}.$$

$$A_{BCEF} = FE \cdot EC = 8 \cdot 8\sqrt{2} = 64\sqrt{2}.$$

3. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2 = 0 \mid \cdot ab \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 0 \Leftrightarrow (a+b)^2 = 0 \Rightarrow a+b = 0$ și $(a+b)^{2008} = 0$.

Varianta 3

- I.**
1. A
 2. F
 3. F
 4. F
 5. A

- II.**
1. A
 2. B
 3. C
 4. A
 5. A

III.

1. a) $2 - 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 18 = -16 - \sqrt{6}$.

b) $\sqrt{5} - \sqrt{2} + 2\sqrt{5} - \sqrt{2} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$.

2. a) $OA = \frac{2 \cdot 1\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 12\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = 4\sqrt{3}; \quad OA' = \frac{1 \cdot 1\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{12\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{6}$

$$AM = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8; \quad A'M = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7};$$

$$3. 5^{2n+3} \cdot 9^n - 25^n \cdot 3^{2n+3} = 5^{2n} \cdot 5^3 \cdot 3^{2n} - 5^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 3^3 = 5^{2n} \cdot 3^{2n} (5^3 - 3^3) = \\ = 5^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot (125 - 27) = 5^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 98 = 5^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 7 \cdot 14 \Rightarrow N:7.$$

Varianta 4

- I.**
1. F
 2. A
 3. A
 4. A
 5. F

- II.**
1. C
 2. C
 3. C
 4. A
 5. B

III.

$$1. \text{ a) } \frac{24^6}{18} = \frac{4}{3}; \quad \text{ b) } \frac{x^2 + 5x + 4^{(x+1)}}{x^2 + 3x + 2} = \frac{x + 4}{x + 2}; \quad \text{ c) } \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{x - 2}{x}.$$

$$2. BD = AC = 18\sqrt{2} \text{ înainte de \u00e2ndoire} \\ AC \cap BD = \{0\} \quad AO = OB = OC = OD = 4\sqrt{2}.$$

Dup\u0103 \u00e2ndoire

$$BO \perp (ACD)$$

$$BD^2 = BO^2 + OD^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 = 64$$

$$BD = 8.$$

$$3. E = 0$$

Varianta 5

- I.**
1. A
 2. A
 3. F
 4. F
 5. A

- II.**
1. C
 2. A
 3. C
 4. C
 5. B

III.

$$1. |x - 3| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq x - 3 \leq 5 + 3 \\ -2 \leq x \leq 8.$$

$$x \in [-2, 8].$$

$$A = [-2, 8] \quad B = [-5, 6] \text{ cm} \quad L = 16 \text{ cm.}$$

$$A \cup B = [-5, 8]; \quad A \cap B = [-5, 6]; \quad A \setminus B = (6, 8].$$

2. $\frac{DG_1}{DE} = \frac{DG_2}{DF} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1 G_2 \parallel EF$, $EF < (ABC) \Rightarrow G_1 G_2 \parallel$ cu o dreaptă din plan,
deci este \parallel cu planul.

$$G_1 G_2 \parallel (ABC)$$

$$EF \text{ linie mijlocie în triunghiul } ABC \Rightarrow G_1 G_2 \parallel AB.$$

3. $\frac{3a+b}{2b-a} = \frac{11}{8} \Rightarrow 11 \cdot (2b-a) = 8 \cdot (3a+b)$

$$22b - 11a = 24a + 8b$$

$$22b - 8b = 24a + 11a$$

$$14b = 35a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{5}.$$

ISJ Satu-Mare

Varianta 6

I. 1. $[-1; 2]$

2. 0

3. 45°

4. Triunghi echilateral

II. 5. b) 105

6. d) $\frac{x+5}{x-5}$

7. $6\sqrt{5}$ cm

8. $8\sqrt{2}$ cm

III.

9. a) $x = y \Leftrightarrow x = -3x + 2 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}; \quad M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

b) $f\left(\frac{a+3}{2}\right) = 2a+1 \Leftrightarrow -3 \cdot \frac{a+3}{2} + 2 = 2a+1 \Leftrightarrow a = -1$

10. a) $d = \sqrt{L^2 + \ell^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \Rightarrow d = 5\sqrt{2}$ cm.

b) $V = L \cdot \ell \cdot h = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ cm³

Varianta 7

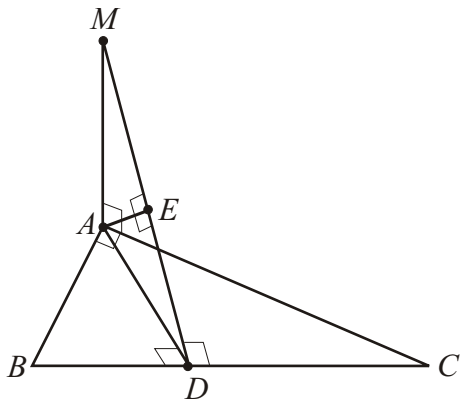
- I.
- | | |
|-----------------|------------------------|
| 1. $[-2; 3)$ | 6. $12(1+\sqrt{2})$ cm |
| 2. $(a+9)(a-1)$ | 7. 7 |
| 3. 1 | 8. 25 |
| 4. 1 | 9. Necoplanare |
| 5. $a+1$ | 10. 6 |

III.

11. a) $\frac{3x+11}{x+2} = \frac{3(x+2)+5}{x+2} = 3 + \frac{5}{x+2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x+2 \in \{\pm 1, \pm 5\} \Leftrightarrow x \in \{-7, -3, -1, 3\}$

b) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2} = 0$

12.



a) Fie $AD \perp BC, D \in (BC)$ } $\overset{T_3 \perp}{\Rightarrow} MD \perp BC$ cm.
 $MA \perp (ABC)$

Din $\Delta ABC \Rightarrow BC = 12$ cm; $AD = 3\sqrt{3}$ cm

Din T.P. $\Delta MAD \Rightarrow m(\widehat{rMAD}) = 90^\circ \Rightarrow MD = 6$ cm

b) Fie $AE \perp MD, E \in (MD)$

$BC \perp AD$ și $BC \perp MD \Rightarrow BC \perp (MAD)$.

Cum $AE \subset (MAD) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} BC \perp AE \\ \text{Dar } AE \perp MD \end{array} \right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow AE \perp (BC, MD = (MBC)) \Rightarrow$

$\Rightarrow AE = \frac{AM \cdot AD}{MD} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

ISJ Hunedoara

Varianta 8

1. a) 5; b) al doilea plan; c) 0; d) 6.
 2. C.
 3. D.
 4. B.
 5. B.
 6. F;A;A;F.
7. a) $x \in R \setminus \{-4, 2\}$ (3p)
- b) $E(x) = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-2} - \frac{3x}{(x-2)(x+4)} = -\frac{1}{x+4}$ (7p)
- c) $n+4 = -1 \Rightarrow n = -5$ (5p)
8. Desenul (3p)
- a) Fie M mijlocul $[BC]$. Se obtine ca $m(\widehat{A'MA}) = 60^\circ$
 si $\Delta A'M$ dreptunghic, $m(\widehat{A'MA}) = 90^\circ$ (2p)
 $AA' = 3cm \Rightarrow AM = \sqrt{3}cm$ si $AB = BC = CA = 2cm$ (2p)
- b) Din a) obtinem $A'M = 2\sqrt{3}cm$ (1p)
 $\Delta A'AB$: $A'A = 3, AB = 2 \Rightarrow A'B = \sqrt{13}cm$ (1p)
 Fie $CN \perp A'B, N \in A'B$
 CN - inaltime in $\Delta A'BC$ (1p)
 $BC \cdot A'M = A'B \cdot CN$ (3p)
- $2 \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{13}CN \Rightarrow CN = 4\sqrt{\frac{3}{13}}cm$
- $d(C, A'B) = 4\sqrt{\frac{3}{13}}cm$ (2p)

Varianta 9

Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
116	10	5	$9\sqrt{3}$	60

Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
B.	A.	C.	B.

Partea a III – a

1.

a.) aducerea rapoartelor la același numitor 2 puncte

finalizare: $E(x) = -\frac{x-4}{x-1} = \frac{4-x}{x-1}$ 4 puncteb.) $\frac{x-4}{x-1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (x-1) \mid (x-4)$ 1 punct

utilizarea proprietăților divizibilității 3 puncte

finalizare: $\begin{cases} x \in \{0;2;-2;4\} \\ x \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow x \in \{0;2;4\}$ 2 puncte

2.

a.) desenul 6 puncte

b.) încadrarea în triunghiul dreptunghic 1 punct

folosirea teoremei lui Pitagora 2 puncte

finalizare: $d(M;C) = 2\sqrt{43}cm$ 3 puncte

c.) folosirea teoremei celor trei perpendiculare 3 puncte

finalizare: $d(M;BD) = \sqrt{91}cm$ 3 puncte

d.) folosirea celor trei perpendiculare 3 puncte

finalizare: $d(M;BC) = \sqrt{91}cm$ 3 puncte

Varianta 10

Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
12	$\sqrt{2}$	6	45^0	$(x-5)(x-6)$

Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
A.	C.	B.	B.

Partea a III – a

1.

- a.) aducerea rapoartelor la același numitor 2 puncte
 finalizare 4 puncte
- b.) $E(0) = \frac{1}{2}$ 1 punct
- $\frac{2x+2}{x+2} = \frac{5}{2}$ 3 puncte
 finalizare: $S = \{-6\}$ 2 puncte

2.

- a.) desenul 6 puncte
- b.) încadrarea în triunghiul dreptunghic 1 punct
 folosirea teoremei lui Pitagora 2 puncte
 finalizare: $d(M; C) = 2\sqrt{34}cm$ 3 puncte
- c.) folosirea teoremei celor trei perpendiculare 3 puncte
 finalizare: $d(M; BC) = 10cm$ 3 puncte
- d.) folosirea celor trei perpendiculare 3 puncte
 finalizare: $d(M; BD) = \sqrt{82}cm$ 3 puncte

Varianta 11

Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
4	0	$3\sqrt{2}$	$(x+6)(x+7)$	$17\sqrt{10}cm$

Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
C.	B.	C.	C.

Partea a III – a

1.

a.) folosirea formulelor de calcul prescurtat 2 puncte

$$\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 50 \end{cases} \dots \dots \dots \dots \dots \dots 2 \text{ puncte}$$

finalizare: $S = \{(14;4)\}$ 2 puncteb.) $x \geq -1$ 5 punctefinalizare: $x \in [-1; +\infty)$ 1 punct

2.

a.) desenul 6 puncte

b.) $A'M = \frac{3a}{2}$ 4 punctefinalizare: $a = 8cm$ 2 puncte

c.) determinarea unghiului plan 2 puncte

$$tg(BD';(ABC)) = tg(\angle DBD') = \frac{\sqrt{2}}{2} \dots \dots \dots 4 \text{ puncte}$$

d.) scrierea formulei de calcul 1 punct

finalizare: $A = 24cm^2$ 5 puncte

Varianta 12

Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
$13\sqrt{2}$	27	9cm	15^0	1

Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
D.	D.	C.	C.

Partea a III – a

1.

a.) $\begin{cases} |x-1|=1 \\ |y-2|=2 \end{cases}$ 4 puncte

finalizare: $S = \{(2;4); (2;0); (0;4); (0;0)\}$ 2 puncte

b.) rezolvarea sistemului format de ecuațiile dreptelor 4 puncte

finalizare: $P(x; y) = P\left(\frac{60}{17}; \frac{6}{17}\right)$ 2 puncte

2.

a.) desenul 6 puncte

b.) scrierea formulei de calcul 1 punct

finalizare: $d = 15\sqrt{6}cm$ 5 puncte

c.) determinarea unghiului plan 2 puncte

$tg(A'C; (ABC)) = tg(\angle A'CA) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 4 puncte

d.) scrierea formulei de calcul 1 punct

finalizare: $A = \frac{225\sqrt{6}}{2}cm^2$ 5 puncte