

**OLIMPIADA DE MATEMATICA
ETAPA LOCALĂ**

22 ianuarie 2011

CLASA A VIII-A

1. Fie numerele reale x și y .

a) Demonstrați că $x^2 + y^2 + xy = (x + 0,5y)^2 + 0,75y^2$.

b) Arătați că dacă $x^2 + y^2 + xy = 0$, atunci $x = y = 0$.

c) Determinați numerele $a, b \in \mathbb{R}$, rezolvând ecuația:

$$(a + b + 2011)^2 = (a + 2010)(b + 1) .$$

2. Determinați numerele întregi x pentru care $\sqrt{x^2 - 37}$ este un număr natural.

3. Fie $\triangle ABC$ un triunghi echilateral, O centrul cercului circumscris triunghiului, $VO \perp (ABC)$, M mijlocul segmentului (VO) . Știind că $AB = 6\sqrt{3}$ cm, $VO = 6\sqrt{2}$ cm, demonstrați, că $AM \perp (BMC)$.

4. Fie unghiul diedru u care se formează între planele triunghiului echilateral ABE și al dreptunghiului $ABCD$, astfel încât proiecția punctului E este punctul F care aparține laturii CD a dreptunghiului. Dacă laturile $AB = 12$ cm și $BC = 9$ cm, atunci calculați:

a) Distanța EF ;

b) Măsura unghiului u ;

c) Aria proiecției triunghiului EAB .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru 3 ore