MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

OLIMPIADA NATIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 26 IANUARIE 2008
Clasa a V-a

1. Se consideră tabloul următor cu 1004 linii.

L_1: 2
L_2: 4 2 4
L_3: 6 4 2 4 6
L_4: 8 6 4 2 4 6 8
……………………………

L_{1004}: 2008 …… 8 6 4 2 4 6 8……2008

a) Care este primul număr de pe linia 123 ?
b) De câte ori apare în acest tablou numărul 104 ? (Justificaţi răspunsul)
c) Aflaţi suma tuturor numerelor diferite din tablou.

2. Se dau mulţimile $A=\{x\in N/x=\overline{abba}, a\neq b\}$, $B=\{y\in A/y \text{ este numar par}\}$, $C=\{z\in A/z\vdots 5\}$.
a) Găsiţi cel mai mic, respectiv cel mai mare element al mulţimii B.
b) Determinaţi cardB. (Justificaţi răspunsul)
c) Calculaţi suma elementelor mulţimii C.

3. Un joc pe calculator functionează după următorul algoritm : la fiecare pas , se afişează pe ecranul monitorului un careu de forma

cu un număr natural scris în fiecare din cele patru pătrăţele .

După primii trei paşi ai algoritmului sunt afişate următoarele careuri :

pasul 1 :

1	3
7	5

pasul 2 :

9	11
15	13

17	19
23	21

a) Ce careu va fi afişat la pasul 6 ?
b) Să se calculeze suma celor patru numere situate în careul de la pasul 2008
c) Există un careu astfel încât suma numerelor situate în el să fie 2008 ? (Justificaţi răspunsul)

4. Familia Popescu este formată din patru membri . Vârsta fiecărui membru al familiei este un număr de două cifre şi aceste cifre sunt numere prime distincte.Tatăl lui Florin este cu un an mai mare decât mama lui Florin , iar Florin este de trei ori mai tânăr decât bunicul său. Ce vârsta are fiecare? (Justificaţi răspunsul) .

Notă :

– Durata concursului este de trei ore .

– Baremul de notare este : 1. a) 3 puncte ; b) 2 puncte ;c) 2 puncte ; 2. a) 3 puncte ; b) 2 puncte ;c) 2 puncte ; 3. a) 3 puncte ; b) 2 puncte ;c) 2 puncte ;4. 7 puncte.

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

OLIMPIADA NATIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCĂLĂ – 26 IANUARIE 2008
Clasa a VI-a

1. La un turneu final de Campionat Mondial sau European , de fotbal , participă mai multe echipe naţionale .Numărul lor este multiplu de patru . Ele sunt împărţite în grupe de câte patru echipe. În prima fază , faza grupelor , se joaca în fiecare grupă , meciuri , după sistemul "fiecare joaca cu fiecare" (de exemplu în grupa A , fiecare echipa joacă trei meciuri , cu celelalte trei adversare) , la fel şi în celelalte grupe.În faza a doua, eliminatorie , echipele clasate pe primele două locuri în fiecare grupă , joacă meciuri eliminatorii , după sistemul , "cine pierde pleacă acasă " , iar cine caştigă avansează în faza următoare (de exemplu , dacă sunt opt echipe in faza a doua , se vor juca patru meciuri eliminatorii , iar cele patru câştigătoare joacă mai departe două meciuri ...). În finală vor ramâne două echipe , care joacă finala , iar echipa învingătoare devine campioană. Se ştie că la Campionatul Mondial participă 32 de echipe.

a) Câte meciuri se vor juca la un Campionat Mondial ?
b) Câte meciuri joacă echipa campioană mondială?
c) Dacă în faza "grupelor" , se joacă câte patru meciuri pe zi , în faza "eliminatorie" câte două meciuri pe zi , iar finala se joacă în zi separată , în câte zile se va juca tot Campionatul Mondial ? (presupunem că nu există zile de pauză).
d) Campionatul European de fotbal se desfăşoară după acelaşi sistem , ca şi Campionatul Mondial . Dacă la Campionatul European s-au jucat în total 31 de meciuri , câte echipe au participat ? (Justificaţi răspunsul) .

2. Unghiurile în jurul unui punct O, ∠AOB, ∠BOC, ∠COA au respectiv bisectoarele [OX, [OY, [OZ, iar m(∠XOY), m(∠YOZ), m(∠XOZ) sunt direct proporţionale cu 5, 6, 7.

a) Aflaţi măsurile unghiurilor ∠AOB, ∠BOC, ∠COA.
b) Aflaţi măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor ∠BOX şi ∠COZ .

3. Perechile de unghiuri AOB , BOC respectiv BOC , COD sunt adiacente şi m (∠ AOB) + m (∠BOC) + m (∠COD) = 140° . Se mai ştie că măsurile unghiurilor AOB , BOC sunt direct proportionale cu numerele m şi n iar măsurile unghiurilor BOC , COD sunt invers proportionale cu numerele p şi n unde m , n şi p sunt numere naturale prime care verifică egalitatea m + 10 n + 2p = 82 .

a) Să se determine numerele m , n şi p
b) Să se calculeze măsurile unghiurilor AOB , BOC şi COD
c) c) Dacă , în plus , unghiurile AOC şi COD sunt adiacente iar punctul M ∈ (OD , C astfel încât m (∠ DOM) = 90° şi N astfel încât (ON este bisectoarea ∠ COM . Să se demonstreze că (ON este şi bisectoarea ∠AOD .

4. Se dau trei numere naturale consecutive.

a) Arătaţi că unul dintre ele este media aritmetică a celorlalte două.
b) Aflaţi numerele ştiind că suma lor este cubul unui număr prim.

<u>Notă</u> :

– Durata concursului este de trei ore .

– Baremul de notare este : 1. a) 3 puncte ; b) 2 puncte ;c) 1 punct ; d) 1 punct ; 2. a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; 3. a) 3 puncte ; b) 2 puncte ;c) 2 puncte ;4. a) 4 puncte ; b) 3 puncte .

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

OLIMPIADA NAŢIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCĂLĂ – 26 IANUARIE 2008
Clasa a VII-a

1. Fie triunghiul ABC, cu măsura unghiului exterior adiacent unghiului B egală cu jumătate din măsura unghiului exterior adiacent unghiului C si cu 40° mai mic decat măsura unghiului exterior adiacent unghiului A.

a) Să se determine măsurile unghiurilor ΔABC.
b) Dacă (BM bisectoarea unghiului B si MN||AB, $M \in AC$, $N \in BC$, sa se arăte ca ΔMNB este isoscel
c) Dacă AM=15cm, MN=10cm, CM=6cm, aflaţi lungimile segmentelor [CB] si [AB].

2. Fie numerele naturale $y_1, y_2, \ldots\ldots y_{2008}$ cu proprietatea $y_{n+1} = 2 + y_n$, oricare ar fi $n \in N^*$.
Dacă $A = 2[\ (-1)^{2008}2008 + (-1)^{2007}2007 + (-1)^{2006}2006 + \cdots + 2 - 1\ ]$,
$B = y_1 + y_2 + y_3 + \cdots y_{2008}$ şi $\frac{A}{B} = \frac{1}{2008}$ arătaţi că :

a) $B = 2008^2$;
b) $y_{\frac{A}{2}} = 2007$.

3.

a) Să se arate că: $\frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{1}{2^n}, \forall n \in N.$
b) Să se arate că: $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{3 \cdot 2^{n-1}} \leq \frac{4}{3}, \forall n \geq 0.$

4. Fie triunghiul ABC, bisectoarea unghiului BAC intersectează pe (BC) în F . Construim prin $M \in (BF)$ o paralelă la AF care intersectează pe (CA în D si prin $N \in (CF)$ o paralelă la AF care intersectează pe (BA în E. Arătaţi că AD . NF = AE . MF .

<u>Notă</u> :

– Durata concursului este de trei ore .

– Baremul de notare este : **1.** a) 3 puncte ; b) 2 puncte ;c) 2 puncte ; **2.** a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; **3.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ;**4.** a) 7 puncte .

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

OLIMPIADA NAŢIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 26 IANUARIE 2008
Clasa a VIII-a

1. Se consideră rombul $ABCD$ având $AC=2BD$, $AC \cap BD = \{O\}$ şi E mijlocul segmentului (AO). Pe perpendiculara în E pe planul rombului se ia punctul F astfel încât $m(\measuredangle AFC) = 90^\circ$. Dacă α este măsura unghiului dintre planele *(ABD) şi (BDF)*, β este măsura unghiului dintre planele *(ABC) şi (BCF)* iar δ este măsura unghiului dintre dreapta BF şi planul *(ABC)* să se afle :

a) $\sin\alpha$;
b) $\cos\beta$;
c) $\operatorname{tg}\delta$.

2. a) Determinaţi numerele raţionale a si b ştiind că :

$$\frac{a}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}} + \frac{b}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} \ ;$$

b) Calculaţi $(a+1)^4$ şi $\sqrt{E}$, unde $E = \sqrt{(1+2007^2)\cdot(1+2009^2)-4}$.

3.a) Dacă x , y, z $\in \mathbb{Q}^*$ şi $x + y + z = xyz$ arătaţi că $\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+2} \in Q$.

b) Rezolvati în multimea numerelor reale , ecuatia : [x] + [2x] = 2008 ([x] este partea întreagă a numărului real x).

4. a) Fie cinci puncte în spaţiu cu proprietatea că oricare patru dintre ele sunt puncte necoplanare. Arătaţi că există printre aceste puncte două care determină o dreaptă neparalelă cu planul determinat de celelalte trei puncte .

b) Toate punctele din spaţiu se colorează în cinci culori diferite , folosind toate culorile .Să se arate că există un plan care conţine patru puncte de culori diferite .

<u>Notă :</u>

- Durata concursului este de trei ore .
- Baremul de notare este : **1.** a) 3 puncte ; b) 2 puncte ;c) 2 puncte ; **2.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **3.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **4.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte .