

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
Etapa locală - Constanța, 24.01.2009  
Clasa a-VIII-a

1. Determinați  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât  $(-\infty, a + 1) \cap (2a - 3, \infty)$  să conțină un singur număr întreg.

GMB

2. Arătați că dacă  $\frac{a\sqrt{3}+b\sqrt{2}}{b\sqrt{3}+c\sqrt{2}} \in \mathbb{Q}$  unde  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ , atunci  $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)(a - b + c)$ .

GMB

3. Paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  are laturile  $AD = AA' = a$  și  $AB = 2a$ . Punctul  $E$  este proiecția punctului  $A$  pe diagonală  $BD'$ .

Calculați:

- a) măsura unghiului diedru format de planele  $(D'AB)$  și  $(BCD)$ ;
- b) aria triunghiului  $AD'B$ ;
- c) lungimea segmentului  $C'E$ .

GMB

4. Pătratul  $ABCD$  și dreptunghiul  $ABEF$  sunt situate în plane diferite,  $AF = 2 \text{ cm}$ ,  $AB = 6 \text{ cm}$ . Determinați poziția punctului  $P \in (AB)$  astfel încât  $FP + PC$  să fie minim și calculați valoarea acestui minim.

GMB

**NOTA:**

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.