Etapa locală a Olimpiadei naţionale de matematică
Craiova, 16 februarie 2014
Clasa a VI-a

Problema 1. Se consideră numărul natural n care împărţit la 10 dă restul 4 şi împărţit la 7 dă restul 5.

a) Arătaţi că $n+2$ se divide cu 14;

b) Arătaţi că numărul $2013^n - 1$ este divizibil cu 2014.

G.M 9/2013

Problema 2. Determinaţi numerele naturale prime p şi q ştiind că există $x, y \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $p = x^2 + y^2$ şi $q = x + y + 1$.

***

Problema 3. Considerăm numerele naturale nenule a, b şi c.

a) Dacă $(a, c) = (b, c)$ şi $[a, c] = [b, c]$, atunci $a = b$.

b) Să se arate că $(a, b) + [a, b] \geq a + b$,

unde $(a, b) = cmmdc(a, b)$ şi $[a, b] = cmmmc(a, b)$.

***

Problema 4. Pe laturile unui unghi ascuţit $\widehat{XOY}$ considerăm punctele distincte $A, A' \in (OX$, respectiv $B, B' \in (OY$, astfel încât $[OA] \equiv [OB]$ şi $[OA'] \equiv [OB']$. Dreptele AB' şi BA' se intersectează în punctul I. Să se arate că (OI este bisectoarea unghiului $\widehat{XOY}$.

***

Notă:

Timp de lucru: 2 ore;

Toate subiectele sunt obligatorii;

Fiecare subiect va fi notat cu puncte între 1 şi 7.