CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ "EUCLID"
24 . 10 . 2009
Clasa a-VIII -a

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. La subiectul I există un singur răspuns corect .La subiectul II se va da direct răspunsul.La subiectele III si IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 2 ore.

SUBIECTUL I (20p)
(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care este rezultatul calculului $\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}$?

a) 0 **b)** $\frac{3}{9}$ **c)** $\frac{2}{9}$ **d)** 1

(4p) **2)** Un obiect costă 480 lei .El se scumpeşte cu 48 lei . Care este procentul de scumpire?

a) 20% **b)** 12 % **c)** 10 % **d)** 5%

(4p) **3)** Dacă la triplul unui număr adunăm 25, obținem 34. Care este numărul?

a) 3 **b)** 4 **c)** 8 **d)** 9

(4p) **4)** Unui hexagon regulat cu perimetrul 36 cm i se circumscrie un cerc .Care este lungimea razei cercului ?

a) 8 *cm* **b)** 12 *cm* **c)** 6 *cm* **d)** 24 *cm*

(4p) **5)** Care este aria unui triunghi echilateral cu lungimea laturii de 4 cm ?

a) $24cm^2$ **b)** $12\sqrt{3}\ cm^2$ **c)** $4\sqrt{3}\ cm^2$ **d)** $8\sqrt{2}\ cm^2$

SUBIECTUL II (40p)
(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului şi rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Suma a trei numere consecutive este 18. Determinați cel mai mare dintre numere .

(4p) **2)** Să se calculeze media geometrică a numerelor 25 şi 16 .

(4p) **3)** Aflați valorile reale ale numerelor x şi y , care verifică egalitatea $x^2+4x+4+y^2-2y+1=0$.

(4p) **4)** Perimetrul unui patrat este de 64 *cm* . Să se determine aria patratului.

(4p) **5)** Să se scrie ca interval mulțimea $\{x\in\mathbf{R}|2<x<3\}$.

(4p) **6)** Să se calculeze $\sqrt{9+16}$.

(4p) **7)** Un triunghi dreptunghic are lungimile catetelor de 9 cm, respectiv de 12 *cm* **.**Să se determine lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei**.**

(4p) **8)** Apotema unui pătrat are lungimea $6\sqrt{2}\ cm$. Să se determine lungimea razei cercului circumscris pătratului .

(4p) **9)** În pătratul $ABCD$ de latură 8 *cm* , se consideră M mijlocul segmentului BO (unde $\{O\}=AC\cap BD$) . Să se calculeze lungimea segmentului AM .

(4p) **10)** Un paralelogram *ABCD* are *AB=8cm* , *BC=5cm* .Aflați perimetrul paralelogramului.

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $A=\left\{\frac{p}{q}\;\middle|\; p,q\in\mathbf{N}^*,\, p<q\right\}$. Pentru fiecare submulțime finită şi nevidă a mulțimii A, considerăm suma tuturor elementelor sale, iar rezultatele acestor sume vor forma o mulțime pe care o notăm cu B. (De exemplu $1\in B$, deoarece $\left\{\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right\}\subset A$, iar $\frac{1}{2}\in B$, deoarece $\left\{\frac{1}{2}\right\}\subset A$)

(4p) **a)** Să se verifice că $\frac{1}{2}\in A$, $\frac{1}{3}\in A$, $\frac{1}{4}\in A$ şi $\frac{1}{5}\in A$.

(3p) **b)** Să se verifice că $1\notin A$ şi $\frac{3}{2}\notin A$.

(3p) **c)** Să se arate că $2\in B$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $a<b$, atunci $a<\frac{a+b}{2}<b$.

(1p) **e)** Să se găsească un element în intersecția $\left(\frac{1}{2010},\frac{1}{2009}\right)\cap A$.

(1p) **f)** Să se arate că mulțimea A are cel puțin 2009 de elemente în intervalul $\left(\frac{3}{4},\frac{4}{5}\right)$.

(1p) **g)** Să se arate că $2009\in B$.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră un triunghi ABC şi punctul $D\in(AB)$. Paralela prin A la CD taie dreapta BC în E, iar paralela prin B la CD taie dreapta AC în F.

(4p) **a)** Să se arate că triunghiurile CAD şi FAB sunt asemenea.

(3p) **b)** Să se arate că triunghiurile CBD şi EBA sunt asemenea.

(3p) **c)** Să se arate că $\frac{CD}{BF}=\frac{AD}{AB}$.

(2p) **d)** Să se arate că $\frac{CD}{AE}=\frac{DB}{AB}$.

(1p) **e)** Să se arate că $\frac{1}{BF}+\frac{1}{AE}=\frac{1}{CD}$.

(1p) **f)** Dacă în plus, semidreapta $(CD$ este bisectoarea unghiului $\widehat{ACB}$ şi $m(\widehat{ACB})=120^\circ$, să se arate că triunghiul ACE este echilateral.

(1p) **g)** În ipoteza de la punctul **f),** să se arate că $\frac{1}{CA}+\frac{1}{CB}=\frac{1}{CD}$.

Test conceput de prof. LAVINIA SAVU, şc. nr. 17 – „Pia - Brătianu”, Bucureşti
şi IOANA LOREDANA, preparator univ. Universitatea-Bucureşti