CONCURSUL NATIONAL DE MATEMATICĂ
EUCLID 24 . 10 . 2009
Clasa a VIII -a SOLUȚII

SUBIECTUL I **1) c) 2) c) 3) a) 4) c) 5) c)**

SUBIECTUL II) **1)** 7 **2)** 20 **3)** $x=-2$ şi $y=1$ **4)** $256\,cm^2$ **5)** $(2{,}3)$ **6) 5 7)** $7{,}2\,cm$ **8)** $12\,cm$ **9)** $\sqrt{40}\,cm$ **10)** $26\,cm$

SUBIECTUL III

a) 1, 2, 3, 4, $5\in\mathbf{N}^*$, iar 1<2 deci $\frac{1}{2}\in A$, 1<3 deci $\frac{1}{3}\in A$, 1<4 deci $\frac{1}{4}\in A$, 1<5 deci $\frac{1}{5}\in A$.

b) Presupunem că $1\in A$, atunci $1=\frac{p}{q}$, $p,q\in\mathbf{N}^*$, $p<q$ şi obținem $p=q$, contradicție, deci $1\notin A$; 3<2 este fals, deci $\frac{3}{2}\notin A$.

c) $\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{3}{5},\frac{4}{5}\in A, \frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=2$, deci $2\in B$.

d) Din $a<b$, adunând a la ambii membrii şi apoi împărțind cu 2, obținem prima parte a inegalității, iar din aceeaşi inegalitate, adunând b la ambii membrii şi apoi împărțind cu 2, obținem cea de-a doua parte a inegalității.

e) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2010}+\frac{1}{2009}\right)=\frac{2009+2010}{2\cdot 2009\cdot 2010}$.

f) $\frac{3}{4}=\frac{15\cdot 2010}{20\cdot 2010}, \frac{4}{5}=\frac{16\cdot 2010}{20\cdot 2010}$, iar între cele două numere se găsesc cel puțin elementele $\frac{15\cdot 2010+1}{20\cdot 2010}, \frac{15\cdot 2010+2}{20\cdot 2010},\ldots, \frac{15\cdot 2010+2009}{20\cdot 2010}$ care fac parte din mulțimea A.

g) $2009=\frac{1}{2\cdot 2009+1}+\frac{2}{2\cdot 2009+1}+\ldots+\frac{2\cdot 2009}{2\cdot 2009+1}$, deci $2009\in B$.

SUBIECTUL IV

a) $CD\parallel FB$ şi din teorema fundamentală a asemănării rezultă asemănarea.

b) $CD\parallel AE$ şi din teorema fundamentală a asemănării rezultă asemănarea.

c) Rezultă din punctul **a)**.

d) Rezultă din punctul **b)**.

e) Adunăm egalitățile de la punctele **c)** şi **d)** şi folosim $AD+DB=AB$.

f) Arătăm că măsura unghiului ACE este de 60°, iar folosind $AE\parallel CD$ şi secanta CE obținem măsura unghiului AEC de 60°.

g) În ipoteza dată demonstrăm că triunghiul BCF este echilateral şi din **f)** obținem $\frac{1}{CA}+\frac{1}{CB}=\frac{1}{AE}+\frac{1}{BF}$, apoi folosim punctul **e)**.