

**CLASA a III-a**

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

**I. (35 puncte) La exercițiile 1-7 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.**

- 5p** 1. În scăderea:  $21 - 7 = 14$ , numărul 7 este:  
 A. scăzător                      B. descăzut                      C. factor                      D. diferență
- 5p** 2. Care este numărul care s-a obținut prin înmulțirea a doi factori egali?  
 A. 24                      B. 49                      C. 20                      D. 32
- 5p** 3. La care dintre înmulțirile date se obține produsul cel mai mare?  
 A.  $8 \times 6$                       B.  $10 \times 4$                       C.  $7 \times 8$                       D.  $5 \times 9$
- 5p** 4. Ce număr lipsește?  
 14; 2; 7                      48; 6; 8                      10; 5; 2                      36; 9; ...  
 A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6
- 5p** 5. La ce exercițiu se obține rezultatul 8?  
 A.  $9 + 9 : 9$                       B.  $9 \times 9 - 9$                       C.  $9 \times 9 \times 9$                       D.  $9 - 9 : 9$
- 5p** 6. Numărul care nu se regăsește în tabla înmulțirii cu 7 este:  
 A. 54                      B. 42                      C. 63                      D. 56
- 5p** 7. Pe o alee sunt plantați plop, la o distanță de 4 m unul față de celălalt.  
 Ce distanță se află între primul și al zecelea plop?  
 A. 10m                      B. 36m                      C. 40m                      D. 44m

**II. (35 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.**

- 5p** 1. Dacă  $42 : a = 7$ , atunci  $a$  este egal cu numărul ... .
- 5p** 2. Mihai a mâncat 6 bomboane, reprezentând jumătate din numărul bomboanelor aflate în cutie. În cutie a fost un număr de bomboane egal cu numărul ... .
- 5p** 3. Efectuând  $8 : 2 \times 2$ , obținem un rezultat egal cu numărul ... .
- 5p** 4. Suma primelor trei numere mai mari decât 287 este egală cu numărul ... .
- 5p** 5. Produsul cifrelor numărului 830 este egal cu numărul ... .
- 5p** 6. Dacă din 2 sticle de aceeași capacitate putem umple 10 pahare cu suc, din 6 sticle de același fel putem umple un număr de ... pahare.
- 5p** 7. Într-un parc sunt cel mult 11 băieți, iar numărul fetelor este mai mic decât 11.  
 Cel mai mare număr posibil de copii din parc este ... .

**III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.**

- 4p** 1. Dacă  $a + 3 = 2 \times b = c : 5 = 8$ , aflați suma numerelor  $a$ ,  $b$  și  $c$ .
- 6p** 2. Pentru cele 5 creioane pe care și le-a cumpărat, Vlad a plătit cu 9 lei mai mult decât suma plătită de Bianca pentru 2 creioane de același fel. Câți lei a cheltuit Vlad, știind că a mai cumpărat și o carte de 18 lei.
- 6p** 3. Suma a patru numere naturale este 67.  
 Dacă din fiecare se scade același număr, se obțin numerele: 9, 3, 11, 12. Aflați cele patru numere.
- 4p** 4. Completați căsuțele de mai jos cu numere, astfel încât produsul numerelor din oricare trei căsuțe alăturate să fie 30.

3								2		
---	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

**I. (35 puncte) La exercițiile 1-7 încercuți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.**

- 5p 1. Scris cu cifre romane numărul 2009 este:  
 A. MCMIX      B. MMXI      C. MMIX      D. MMXII
- 5p 2. Într-o operație de scădere, diferența este egală cu 3897, iar descăzutul este 9105. Cât este scăzătorul?  
 A. 5208      B. 5298      C. 13002      D. 6208
- 5p 3. Fie trei numere naturale consecutive impare. Dacă al doilea număr este 2987, atunci valoarea sumei celor trei numere este egală cu numărul:  
 A. 5976      B. 8961      C. 7961      D. 8965
- 5p 4. Un număr natural  $a$  fost împărțit la 6, obținându-se un cât și un rest. Valoarea restului poate să fie:  
 A. 5      B. 6      C. 7      D. 8
- 5p 5. Dacă  $a : 25 = 37$  rest 13, atunci numărul  $a$  este:  
 A. 1912      B. 838      C. 925      D. 938
- 5p 6. Efectuând produsul dintre succesorul și predecesorul numărului 100, obținem numărul:  
 A. 9900      B. 999      C. 10100      D. 9999
- 5p 7. Dacă 294 este cu 38 mai mare decât jumătatea numărului  $a$ , atunci numărul  $a$  este:  
 A. 332      B. 256      C. 512      D. 664

**II. (35 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.**

- 5p 1. Rezultatul exercițiului:  $2009 - 2009 : [ 28 \times 100 - ( 1684 + 1109 ) ]$  este egal cu numărul ...
- 5p 2. Fie numărul  $\overline{abc}$ . Cifra sutelor este dublul cifrei unităților, care este triplul cifrei zecilor. Numărul  $\overline{abc}$  poate să fie ...
- 5p 3. Folosind cifrele romane L, X, C cel puțin o dată, se poate scrie numărul ... .
- 5p 4. 6 saci cu făină cântăresc cu 80 kg mai mult decât 4 saci cu făină de același fel. Un sac cu făină cântărește ...
- 5p 5. Cel mai mic număr natural de patru cifre care are prima cifră egală cu ultima și suma cifrelor egală cu 16 este numărul ...
- 5p 6. Valoarea numărului  $a$  din împărțirea  $78 : a = 5$  rest 3 este ...
- 5p 7. În egalitatea  $3 + 3 + 3 + \dots + 3 = 207$  se folosește un număr de ... semne +.

**III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.**

- 4p 1. Dacă suma dintre numerele  $a$  și  $b$  este 90, iar suma dintre  $a$  și un sfert din  $b$  este 75, aflați numărul  $a$ .
- 3p 2. Dacă  $a \times (b + 1) = 3$  și  $(c + 2) \times a = 5$ , aflați numărul  $\overline{abc}$ .
- 6p 3. Suma a două numere este 2009. După ce se scade din unul 99, diferența dintre numere devine 700. Care sunt numerele?
- 7p 4. Trei echipe au săpat un șanț. Ultimele două echipe au săpat împreună trei sferturi din lungimea șanțului, iar prima echipă a săpat cu 160 m mai puțin decât celelalte două echipe la un loc. Știind că ultima echipă a săpat cu 42 m mai mult decât dublul lungimii șanțului săpat de a două echipă, aflați:  
 a) lungimea totală a șanțului;  
 b) câți metri de șanț a săpat fiecare echipă;

**I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.**

- 4p 1. Rezultatul calculului  $2 \cdot \{2 + 2 \cdot [2 + 2 \cdot (2 + 2 \cdot 2)]\}$  este egal cu:
- 4p 2. Rezultatul calculului  $2009^0 + 0^{2009} + 2009^1 + 1^{2009}$  este:
- 4p 3. Prin simplificare numărul  $t = \frac{10^5 + 2 \cdot 10^4 + 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 10^1 + 2 \cdot 10^0}{2 \cdot 10^5 + 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 10^0}$  devine egal cu:
- 4p 4. Fie mulțimea  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 11 \leq x < 30\}$ . Numărul elementelor mulțimii  $A$  este egal cu:
- 4p 5. Fie mulțimea  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 6c + 4, c \in \mathbb{N} \text{ și } x < 129\}$ . Numărul elementelor mulțimii  $B$  este egal cu:
- 4p 6. Suma vârstelor a doi frați este 31 de ani. Suma vârstelor celor doi frați va fi 39 de ani peste:
- 4p 7. Ultima cifră a numărului  $k = 3^{2009} \cdot (3^{2009} - 2) \cdot (3^{2009} - 4) \cdot (3^{2009} - 6) \cdot (3^{2009} - 8)$  este:
- 4p 8.  $a^2(b+7) = 24$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale. Produsul  $a \cdot b$  este egal cu:
- 4p 9. Numerele  $a = \overline{28**}$ ,  $b = \overline{2*8*}$ ,  $c = \overline{**02}$ ,  $d = \overline{**28}$  sunt naturale de patru cifre diferite. Știind că fiecare este format din cifre diferite din mulțimea  $\{0, 2, 6, 8\}$ , atunci:
- A.  $a < c < b < d$       B.  $c < b < d < a$       C.  $b < a < d < c$       D.  $d < a < b < c$
- 4p 10. În mulțimea  $P = \{x^6 \mid x \in \mathbb{N}\}$  se află numărul:
- A. 1000      B. 18      C. 243      D. 64

**II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.**

- 3p 1. a) Numărul divizorilor naturali ai lui 30 este egal cu ....
- 3p b) Numărul multiplilor naturali ai lui 7, mai mici decât 40, este egal cu ....
2. Se consideră mulțimile  $A = \{3; 0; 2\}$  și  $B = \{2; 3; 1\}$
- 3p a) Mulțimea  $C = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$  este egală cu ....
- 3p b) Mulțimea  $D = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$  este egală cu ....
- 3p 3. a) Sfertul numărului  $2^{12}$  este egal cu ....
- 3p b) Împărțim numărul natural  $n$  la un număr natural mai mic decât 45 și obținem câtul 20 și restul 43. Numărul natural  $n$  este egal cu ....
- 3p 4. a) Media aritmetică a două numere naturale impare consecutive este egală cu 112.  
Cel mai mic dintre cele două numere este egal cu ....
- 3p b) La sărbătorirea zilei onomastice a unui copil au venit 14 colegi. La desert, gazda oferă copiilor banane și mandarine, în total 52 de fructe. Fiecare copil a mâncat câte 4 mandarine sau câte 3 banane. Astfel, toate fructele au fost consumate.  
Numărul copiilor care au mâncat numai mandarine este egal cu ....
5. Se dau următoarele secvențe:
- prima:    1,    3,    5,    ..., 2005, 2007, 2009
- ↓    ↓    ↓                    ↓            ↓            ↓
- a doua: 2009, 2007, 2005, ..., 5,    3,    1
- 3p a) Numărul termenilor fiecărei secvențe este egal cu ....
- 3p b) Numărul din prima secvență căruia îi corespunde numărul 1009 din a doua secvență este egal cu ....

**III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.**

1. Pentru  $a \in \mathbb{N}$ ,  $a \geq 3$ , se consideră mulțimea  $M_a = \{a; 4a; a+2; 3a+2\}$ .
- 3p a) Determinați mulțimea  $M_3$ .
- 4p b) Determinați numărul  $a$ , știind că suma elementelor din  $M_a$  este egală cu 85.
- 3p c) Arătați că, pentru orice  $a \geq 3$ ,  $M_a \cap M_{3a} \neq \emptyset$ .
2. Se consideră numerele  $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26$  și  $b = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 23 \cdot 24$ .
- 3p a) Determinați câtul împărțirii numărului  $a$  la numărul  $b$ .
- 4p b) Arătați că numărul  $a+b$  se divide cu 651.
- 3p c) Arătați că numerele  $a$  și  $b$  dau același rest la împărțirea cu 59.

**I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.**

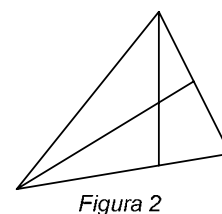
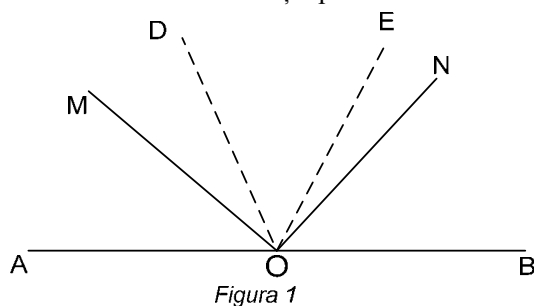
- 4p 1. Rezultatul calculului  $\frac{1}{3} - \frac{1}{12}$  este egal cu:
- 4p 2. Cel mai mic număr de 4 cifre diferite divizibil cu 9 este:
- 4p 3. Rezultatul calculului  $14,3:1,3$  este egal cu:
- 4p 4. Media aritmetică a numerelor  $a, b, c$  este 16. Media aritmetică a numerelor  $a+b+2, a+c+6$  și  $b+c-2$  este egală cu:
- 4p 5. Soluția ecuației  $\frac{1}{5^2} \cdot \left( \frac{3}{5^3} - \frac{1}{5^5} \cdot x \right) - \frac{1}{5^5} = 0$  este egală cu:
- 4p 6. Fie  $x$  un număr natural,  $x > 1$ . Dacă fracția  $\frac{x}{6}$  nu se mai poate simplifica, atunci fracția  $\frac{5 \cdot x}{24}$  este:  
 A. echiunitară      B. subunitară      C. supraunitară      D. echivalentă cu fracția  $\frac{5}{30}$
- 4p 7. Complementul unghiului  $ABC$  este de  $10^\circ$ . Măsura unghiului  $ABC$  este egală cu:
- 4p 8. 15 unghiuri congruente sunt formate în jurul unui punct. Măsura unui unghi este egală cu:
- 4p 9. Două unghiuri adiacente au măsurile de  $80^\circ$  și respectiv  $20^\circ$ . Calculând măsura unghiului format de bisectoarele celor două unghiuri adiacente, se obține:
- 4p 10. Pe o dreaptă se consideră punctele  $A, B, C$  astfel încât  $AB = 8$  cm,  $AC = 3$  cm și  $BC = 11$  cm. Ordinea punctelor pe dreaptă este:

**II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.**

- 3p 1. a) Frația  $\frac{64}{2x+34}$  este echiunitară. Numărul natural  $x$  este egal cu ....
- 3p b) Dintre numerele raționale  $\frac{1 \cdot 12}{24}, \frac{2 \cdot 12}{24}, \frac{3 \cdot 12}{24}, \frac{4 \cdot 12}{24}, \dots, \frac{72 \cdot 12}{24}$  cele care aparțin mulțimii numerelor naturale sunt în număr de ....
- 3p 2. a) Valoarea numărului  $t = (\overline{aa3} + \overline{5a} + 2) : (\overline{a5a} + \overline{a5})$ , este egală cu ....
- 3p b) Dacă  $\frac{1}{0,(0a)} + \frac{1}{0,0(0a)} \in \mathbb{N}$ , atunci  $a \in \{ \dots \}$ . (Numerele sunt scrise în baza zece, iar  $a \neq 0$ .)
- 3p 3. a) Suma a două numere raționale este 0,1, iar produsul lor este  $-0,7$ . Suma inverselor celor două numere este egală cu ....
- 3p b) Suma a două numere naturale este 90, iar cel mai mare divizor comun al lor este 15. Produsul celor două numere este egal cu ....
- 3p 4. a) Un triunghi echilateral  $MNP$  are perimetrul 45 cm. Lungimea laturii  $MN$  este egală cu ....
- 3p b) Două drepte se intersectează formând patru unghiuri. Suma a două dintre unghiuri este  $100^\circ$ . Cel mai mare dintre cele patru unghiuri are măsura egală cu ....
- 3p 5. a) În figura 1 punctele  $A, O, B$  sunt coliniare,  $m(\sphericalangle MON) = 98^\circ$ ,  $[OD]$  este bisectoarea unghiului  $AON$  și  $[OE]$  este bisectoarea unghiului  $MOB$ . Măsura unghiului  $DOE$  este egală cu ....
- 3p b) În figura 2 se află un număr de ... triunghiuri.

**III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.**

- 6p 1. Calculați cea mai mică sumă a 77 de numere naturale consecutive care este divizibilă cu 66.
- 6p 2. Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x \leq a, \text{ unde } a \text{ este număr natural}\}$  și  $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y \text{ este divizibil cu } 3\}$ . Determinați  $a \in \mathbb{N}$  știind că mulțimea  $A \cap B$  are 40 de elemente.
- 6p 3. Triunghiul  $ABC$  este oarecare. În exteriorul lui se construiește triunghiul echilateral  $NAC$ . Se construiește triunghiul echilateral  $MBC$  astfel încât punctele  $A$  și  $M$  să fie de aceeași parte a dreptei  $BC$ . Arătați că  $[AB] \equiv [MN]$ .
- 2p Realizați un desen conform cu enunțul problemei.



**I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuțiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.**

- 4p 1. Frația ireductibilă care reprezintă numărul rațional 1,5 este
- 4p 2. Se dă patrulaterul  $ABCD$  în care  $m(\sphericalangle A) = 54^\circ$ ,  $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$  și  $m(\sphericalangle C) = 99^\circ$ . Atunci  $m(\sphericalangle D) =$
- 4p 3. Rezultatul calculului  $1 - 0,(727727)$  este egal cu
- 4p 4. Se consideră patrulaterul  $MPNQ$ . Una dintre diagonalele acestui patrulater este segmentul
- 4p 5. Cel mai mare număr rațional care, înmulțit cu  $-\frac{5}{6}$ , dă ca rezultat un număr natural este
- 4p 6. Paralelogramul  $ABCD$  are  $AB = 6\text{ cm}$  și  $BC = 4\text{ cm}$ . Bisectoarea unghiului  $ADC$  intersectează dreapta  $BC$  în punctul  $E$ . Lungimea segmentului  $[BE]$  este egală cu
- 4p 7. Numărul rațional  $x$  care verifică egalitatea:  $\frac{1}{2} \cdot x - 2 \cdot x = \frac{3}{2}$  este egal cu
- 4p 8. Un dreptunghi  $ABCD$  are  $AD = 2a$  și  $DC = a$ . Dacă punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$ , atunci măsura unghiului  $AMD$  este egală cu
- 4p 9. Numărul  $a = \sqrt{16+9} - \sqrt{16} - \sqrt{9}$  are proprietatea că  
**A.**  $a > 0$                       **B.**  $a = 0$                       **C.**  $a < 0$                       **D.**  $a \notin \mathbb{Q}$
- 4p 10. În patrulaterul convex  $ABCD$ , suma măsurilor unghiurilor  $ADC$  și  $DCB$  este egală cu  $270^\circ$ . Cea mai lungă latură a patrulaterului  $ABCD$  este

**II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.**

- 3p 1. a) Dintre numerele  $-\frac{5}{2}, -3$  și  $-\sqrt{6}$ , cel mai mare este numărul....
- 3p b) Rezultatul calculului  $\left| 2 \cdot \frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{1}{3} \right| : \left( -1 \frac{2}{3} \right)$  este egal cu numărul întreg....
2. Paralelogramul  $ABCD$  are lungimile laturilor exprimate prin numere naturale și perimetrul egal cu 14. Dacă  $AB \geq BC$ , atunci
- 3p a)  $DC \in \{...\}$ .      3p      b) Aria maximă a paralelogramului  $ABCD$  este egală cu....
- 3p 3. a) Dacă  $2\sqrt{8} = a\sqrt{2}$ , atunci  $a = \dots$       3p      b) Dacă  $2\sqrt{8} = \sqrt{2b}$ , atunci  $b = \dots$
4. În trapezul  $ABCD$  se știe că baza mare are lungimea  $AB = 9\text{ cm}$ ,  $AD = 4\text{ cm}$ ,  $CD = 3\text{ cm}$ , iar lungimea segmentului  $[BC]$  este exprimată (în  $\text{cm}$ ) printr-un număr natural.
- 3p a) Lungimea liniei mijlocii a trapezului este egală cu... $\text{cm}$ .
- 3p b) Lungimea maximă a segmentului  $[BC]$  este egală cu... $\text{cm}$ .
- 3p 5. a) Valoarea de adevăr a propoziției ”  $\sqrt{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{4} - 2)} \in \mathbb{Q}$  ” este....
- 3p b) Două numere naturale au ca medie aritmetică un număr natural  $m$  iar media lor geometrică este egală cu  $2\sqrt{143}$ . Numărul  $m$  este egal cu....

**III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.**

- 6p 1. a) Se dă triunghiul  $ABC$ . Punctele  $D$  și  $E$  sunt situate pe segmentele  $(AB)$  și respectiv  $(AC)$  astfel încât  $\frac{AD}{AB} = \frac{CE}{CA}$ . Dacă punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele laturilor  $[AB]$  și  $[AC]$ , arătați că mijlocul segmentului  $[DE]$  aparține segmentului  $(MN)$ .
- 4p b) Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele laturilor  $[AB]$  și  $[AC]$  ale triunghiului  $ABC$ . Fie  $P$  un punct un punct oarecare al segmentului  $(MN)$ . Arătați că există punctele  $D \in (AB)$  și  $E \in (AC)$  astfel încât  $P$  să fie mijlocul segmentului  $[DE]$ .
2. Se consideră numerele naturale consecutive  $a$  și  $b$  ( $0 < a < b$ ). Notăm cu  $m_g$  media geometrică a numerelor  $a$  și  $b$ , cu  $m_1$  media geometrică a numerelor  $a$  și  $m_g$ , iar cu  $m_2$  media geometrică a numerelor  $b$  și  $m_g$ .
- 3p a) Arătați că numărul  $m_g$  este irațional.      3p      b) Arătați că  $m_1 \cdot m_2$  este număr rațional.
- 4p c) Dacă  $m_1 = 6\sqrt{42\sqrt{7}}$ , determinați numerele  $a$ ,  $b$  și  $m_2$ .

**I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.**

- 4p 1. Numărul 0,25 **nu** este egal cu numărul  
 A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $4^{-1}$                       C.  $\frac{(-1)^2}{2}$                       D.  $(-2)^{-2}$
- 4p 2. Suma lungimilor tuturor muchiilor unui cub este egală cu 72 cm. Lungimea uneia dintre muchiile cubului este egală cu
- 4p 3. Rezultatul calculului  $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{3}$  este egal cu
- 4p 4. Numărul minim de cuburi, nu neapărat egale, cu care se poate umple complet interiorul unui paralelipiped dreptunghic care are dimensiunile 3 cm, 6 cm și 8 cm este egal cu
- 4p 5. Numărul  $\frac{6}{\sqrt{3}}$  este egal cu
- 4p 6. La un tetraedru, numărul de perechi de muchii necoplanare este egal cu
- 4p 7. Rezultatul calculului  $2008^2 - 4016 \cdot 2009 + 2009^2$  este egal cu:
- 4p 8. Numărul de diagonale ale unui paralelipiped dreptunghic este egal cu
- 4p 9. Dacă  $x > 0$ , după efectuarea calculelor, expresia  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$  devine
- 4p 10. Se consideră prisma triunghiulară dreaptă  $ABCA'B'C'$ . Numărul de muchii ale prisme pe care este perpendiculară dreapta  $AA'$  este egal cu

**II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.**

- 3p 1. a) Numărul  $(4\sqrt{3})^2$  este egal cu numărul natural....
- 3p        b) Cel mai mare număr întreg nenul  $n$ , pentru care  $(2\sqrt{\sqrt{3}})^{-n} \in \mathbb{N}$ , este egal cu....
2. Se dă cubul  $ABCA'B'C'D'$  în care  $AB = 4$  cm.
- 3p        a) Aria triunghiului  $C'BD$  este egală cu....  $cm^2$
- 3p        b) Măsura unghiului dintre dreptele  $A'B$  și  $AD'$  este egală cu.....
- 3p 3. a) Dacă  $p \in \mathbb{N}$  și  $p^2 = 2^{14} + 2^8 + 1$ , atunci  $p = \dots$
- 3p        b) Numărul  $n$  este natural. Cea mai mică valoare a expresiei  $9n^2 - 48n + 55$  este egală cu....
4. Se dă paralelipipedul dreptunghic  $ABCA'B'C'D'$ . Dreapta  $AC'$  intersectează planul  $(A'BD)$  în punctul  $P$ .
- 3p        a)  $\frac{AP}{PC'} = \dots$                       3p        b) Dacă  $AB = 1$  cm și  $BC = CC' = 2$  cm, atunci  $AP = \dots$  cm.
5. Dacă  $x$  este un număr real cu proprietatea că  $x^2 - 3x = 1$ , atunci:
- 3p        a)  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \dots$                       3p        b)  $x^3 - \frac{1}{x^3} = \dots$

**III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.**

1. Se dă paralelipipedul dreptunghic  $ABCA'B'C'D'$  în care  $AB = 40$  cm,  $BC = 30$  cm iar planele  $(A'BD)$  și  $(C'BD)$  sunt perpendiculare.
- 4p        a) Arătați că  $CC' = 24$  cm.
- 6p        b) Calculați distanța dintre planele  $(AB'D')$  și  $(C'BD)$ .
- 3p 2. a) Să se determine numerele naturale  $a, b$  și  $c$ ,  $a < b < c$ , care verifică relația  $abc = a + b + c + 2$ .
- 1p        b) Fie numerele reale nenule  $x, y, z$  și  $a, b, c$ . Știind că  $x + \frac{1}{y} = a$ ,  $y + \frac{1}{z} = b$  și  $z + \frac{1}{x} = c$ , arătați că
- $$xyz + \frac{1}{xyz} = abc - (a + b + c).$$
- 6p        c) Dacă  $x + \frac{1}{y} = 1$ ,  $y + \frac{1}{z} = 2$  și  $z + \frac{1}{x} = 5$ , determinați numerele  $x, y$ , și  $z$ .