

OLIMPIADA LOCALĂ –GIURGIU, 12.02.2011

CLASA a V-a

1. Determinați toate numerele de forma \overline{abc} știind că $31(a+b^2+c^3)$ reprezintă produsul a două numere naturale consecutive, mai mici decât 1000. Gazeta Matematică

2.a) Arătați că : $2+2^2+2^3+\dots+2^{n-1} < 2^n$, pentru $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$.

b) Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$, astfel încât numărul

$$a = 2^{2010} \cdot (2+2^2+2^3+\dots+2^{n-1}) \cdot \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\dots+\frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

Ionel Tudor, Călugăreni

să fie natural pătrat perfect.

3. Fie A un număr natural. Știind că A împărțit la 7 dă restul 4 și împărțit la 9 dă restul 5, să se afle ce rest obținem împărțindu-l pe A la 63.

Rodica Mărăcineanu, Giurgiu

CLASA a VI-a

1. Împărțind numerele 83; 137 și 245 la același număr de două cifre obținem același rest, diferit de zero. Să se determine împărțitorul și restul analizând toate situațiile posibile.

Daniela Boanță, Giurgiu

2. Determinați cifrele a, b, c astfel încât să aibă loc relația

$$\overline{ab} \cdot \overline{ca} = 800$$

Radu Stănică, Frătești

3. Se consideră triunghiul ABC, cu $m(\angle BAC) = 36^\circ$ și $m(\angle ACB) = 72^\circ$.

În punctul M, mijlocul segmentului [AC], se construiește o dreaptă perpendiculară pe AC, care se intersectează cu dreapta BC în punctul D și cu segmentul [AB] în punctul N. Să se demonstreze că:

a) $[AD] \equiv [DC]$

b) [CN] este bisectoarea unghiului $\angle ACB$.

Rodica Mărăcineanu, Giurgiu

4. În triunghiul isoscel ABC ($(AB) \equiv (AC)$), bisectoarea unghiului B intersectează pe AC în D, astfel încât triunghiul BDC este isoscel cu $(BD) \equiv (BC)$.

Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC și arătați că bisectoarea unghiului $\angle ADB$ este perpendiculară pe AB.

Gazeta Matematică

OLIMPIADA LOCALĂ-GIURGIU,12.02.2011

CLASA a VII-a

1. Rezolvați ecuația: $12345 \frac{67}{89} \cdot 12344 \frac{67}{89} - \left(12345 \frac{67}{89} + x\right) \cdot \left(12344 \frac{67}{89} - x\right) = (x-1)^2$

Verona Marin , Bolintin Vale

2. Fie $b \in (1;2)$ fixat. Să se afle valoarea minimă a expresiei :

$$E(x) = \frac{(x^2 + 4x + 7)^2 - 6(x^2 + 4x + 7) + 9}{x^2 + (4 - 2b)x + b^2 - 4b + 4}, \text{ unde } x > 0.$$

Ion Staicu , Giurgiu

3. Se consideră paralelogramul ABCD și E un punct arbitrar pe latura [CD].

Dreptele AC și BE se intersectează în I iar paralela prin E la AD intersectează diagonala [AC] în P.

Să se arate că : $2CI \leq AI + PI$. Când apare egalitatea ? Ileana Marin, Ghimpați

4. Fie triunghiul ascuțitunghic ABC în care se duc înălțimile [AA'] , [BB'] și [CC'] ($A' \in BC, B' \in AC, C' \in AB$).

a) Demonstrați că $\Delta A'B'C'$ este asemenea cu ΔABC .

b) Să se arate că [BB'] este bisectoarea unghiului $\angle A'B'C'$. Radu Stănică , Frătești

CLASA a VIII-a

1. Fie numerele $a, b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, care verifică relațiile:

$$a^3 + b^3 = p\sqrt{5} \text{ și } a + b = q\sqrt{5} \text{ unde } p, q \in \mathbf{Q}^*.$$

Verificați dacă $ab \in \mathbf{Q}$.

Ion Staicu, Giurgiu

2. Se consideră numărul $x = \sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}}$.

a) Arătați că x^2 este număr natural.

b) Aflați partea întreagă a numărului $a = (x-1)^{2010}$.

c) Calculați $(x^3 - 2x - 1)^{2011}$.

Ileana Marin , Ghimpați

3. Paralelipipedul ABCDA'B'C'D' are dimensiunile AB=6 cm , BC= $6\sqrt{3}$ cm și AA'=6 cm. Se cere:

a) Lungimea diagonalelor paralelipipedului.

b) Distanța de la C la AD'.

c) Dacă E este mijlocul laturii B'C' și F este mijlocul segmentului C'D', calculați cosinusul unghiului format de dreptele AC' și EF.

Daniela Boanță, Giurgiu

4. Un tetraedru are patru muchii de lungimi egale iar celelalte două sunt laturi ale unui triunghi dreptunghic isoscel.

Știind că suma lungimilor muchiilor este $12 + 24\sqrt{2}$ cm , se cere :

a) Lungimea muchiilor .

b) Arătați că planul feței care este triunghi echilateral , este perpendicular pe planul triunghiului dreptunghic.

Verona Marin , Bolintin Vale