

# ROMÂNIA

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,

TINERETULUI ȘI SPORTULUI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARGEȘ

## Olimpiada Națională de Matematică

- etapa locală - 13.02.2010

### Barem de corectare – Clasa a VIII-a – varianta 1

1. Se scrie  $\sqrt{(x-a)^2 + (y-1)^2 + 4}$  ..... 2p

și  $\sqrt{(x-2)^2 + (y-b)^2 + 1} \Rightarrow$  ..... 2p

$\Rightarrow (x-a)^2 + (y-1)^2 = 0 = (x-2)^2 + (y-b)^2 = 0 \Rightarrow$  ..... 2p

$\Rightarrow a = 2$  și  $b = 1$  ..... 1p

2. a)  $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1) \Rightarrow y = x^2 + x + 1$  ..... 0,5 p

$y = x^2 + x + 1 = x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$  ..... 1 p

dar  $(x + \frac{1}{2})^2 \geq 0, \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow y > 0$  ..... 0,5

b)  $(x - \frac{1}{x})^3 = 64 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 4$  ..... 0,5 p

$x - \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow (x - \frac{1}{x})^2 = 16$  ..... 0,5 p

$(x - \frac{1}{x})^2 = 16 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$  ..... 0,5 p

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 18 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 20 \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 = 20$  ..... 0,5 p

$(x + \frac{1}{x})^2 = 20 \Rightarrow |x + \frac{1}{x}| = \sqrt{20} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{5}$  sau  $x + \frac{1}{x} = -2\sqrt{5}$  .. 0,5 pc

Caz I.  $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{5} \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^3 = 40\sqrt{5} \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 34\sqrt{5}$  ..... 0,5 p

$(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 = 18 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$  ..... 0,5 p

$E = (x^4 + \frac{1}{x^4}) + (x^3 + \frac{1}{x^3}) + (x^2 + \frac{1}{x^2}) + (x + \frac{1}{x}) = 322 + 34\sqrt{5} + 18 + 2\sqrt{5} = 340 + 36\sqrt{5}$  .. 0,5

Cazul II.  $x + \frac{1}{x} = -2\sqrt{5} \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^3 = -40\sqrt{5} \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = -34\sqrt{5}$  ... 0,5 p

$E = (x^4 + \frac{1}{x^4}) + (x^3 + \frac{1}{x^3}) + (x^2 + \frac{1}{x^2}) + (x + \frac{1}{x}) = 322 - 34\sqrt{5} + 18 - 2\sqrt{5} = 340 - 36\sqrt{5}$

.....0,5 p

**ROMÂNIA**  
**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,**  
**TINERETULUI ȘI SPORTULUI**  
**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARGEȘ**

3. i. a).

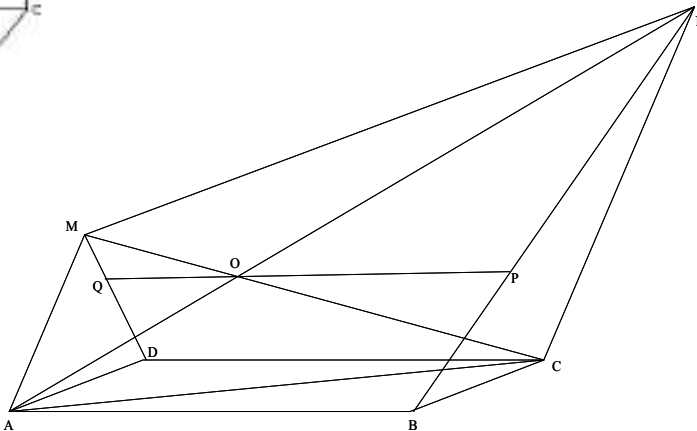
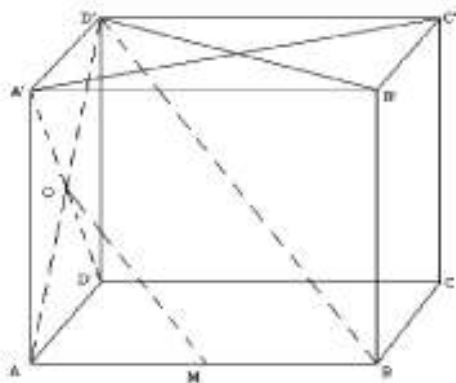
$OM \parallel BD'$  (l. m. în  $\triangle ABD'$ ) ..... 1p

$BD' \subset (DBB') \Rightarrow OM \parallel (DBB')$  ..... 2p

b).  $\left. \begin{array}{l} A'C' \perp B'D' \\ A'C' \perp BB' \end{array} \right\} \Rightarrow A'C' \perp (BB'D) \Rightarrow A'C' \perp BD'$  ..... 1,5p

$\left. \begin{array}{l} A'D \perp AD' \\ A'D \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow A'D \perp (ABD') \Rightarrow A'D \perp BD'$  ..... 1,5p

$\left. \begin{array}{l} BD' \perp (A'C'D) \\ OM \parallel BD' \end{array} \right\} \Rightarrow OM \perp (A'C'D)$  ..... 1p



4. a)  $AM \parallel CN \Rightarrow ACNM$  trapez  $\Rightarrow AN \cap CM = \{O\}$  (fiind diagonale) ..... 2 p

$AN \subset (ABN)$

$CM \subset (CDM) \Rightarrow (ABN) \cap (CDM) = d, O \in d$ , deci cele 2 plane nu sunt paralele. .. 2 p

b)  $\frac{AO}{ON} = \frac{MO}{OC} = \frac{AM}{CN} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{NO}{AN} = \frac{4}{5} = \frac{NP}{NB} = \frac{OP}{AB}$  ..... 1 p

$\frac{MO}{MC} = \frac{MQ}{MD} = \frac{OQ}{CD} = \frac{1}{5}$  ..... 1 p

$\Rightarrow OQ = 4$  cm;  $OP = 16$  cm  $\Rightarrow PQ = 20$  cm. .... 1 p