MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV
Calea 13 Septembrie nr. 209, sector 5, București
Tel: 021.317.36.50 / 021.317.36.51, Fax: 021.317.36.54
E-mail: secretariat@isjilfov.ro Web: www.isjilfov.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
13.02.2010

Clasa a V a

1. a) Se considera multimile $A=\{x \in N \mid 2^x+3^x+5^x=3\}$ si $B=\{y \in N \mid y^2-5 < 10\}$.
   Determinati multimile A, B, A-B, $(A\cup B)-(A\cap B)$, $A \times B$. 5p
   b) Gasiti numarul de elemente al multimii $M=\{x \in N \mid 2^{20} < x < 2^{21}\}$. 2p
2. a) Să se arate că numărul $N=5^{2009}+6^{2010} \cdot 3^{2008}+4^{2010}$ nu este pătrat perfect. 4p
   b) Fie $a=1111+2222+\ldots+9999$. Aratati ca a este divizibil cu 1515. 3p
3. Tatal si fiul au impreuna 47 de ani. Fiul si mama au impreuna 42 de ani.
   In urma cu 7 ani suma varstelor celor 3 era egala cu 59 de ani.
   a) Aflati ce varsta are fiecare. 5p
   b) Peste cati ani varsta fiului va fi jumatate din varsta mamei? 2p
4. a) Scrieți numărul 3^{2010} ca o sumă de trei numere naturale consecutive. 4p
   b) Scrieți numărul 5^{2010} ca o sumă de cinci numere naturale consecutive. 3p

Nota :

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se noteaza de la 7 la 0 puncte .

Timp de lucru 2 ore

Barem de notare

Clasa a V a

1. a) Cate 1 punct fiecare multime determinata	5p
b) Rezolvare	2p
2. a) Se acorda 3 puncte pentru calculul ultimei cifre	3p
Finalizare 1 punct	1p
b) Se acorda 1 punct pentru factorul comun	1p
Finalizare 2 puncte	2p
3. a) Scrierea relatiilor 3 puncte	3p
Determinarea varstelor 2 puncte	2p
b) Se acorda 1 punct pentru scrierea relatiei	1p
Finalizare 1 punct	1p
4. a) Gasirea unei sume corecte 2 puncte	2p
Scrierea ca numere consecutive 2 puncte	2p
b) Scrierea ca numere consecutive 3puncte	3p

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV
Calea 13 Septembrie nr. 209, sector 5, București
Tel: 021.317.36.50 / 021.317.36.51, Fax: 021.317.36.54
E-mail: secretariat@isjilfov.ro Web: www.isjilfov.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
13.02.2010

Clasa a VI a

1. a) Aratati ca numarul a este natural, unde: $a = \dfrac{9\cdot 1+9\cdot 3+9\cdot 5+\ldots+9\cdot 95}{9^9-8\cdot 9^8-8\cdot 9^7-\ldots-8\cdot 9^2-9}$. 5p

   b) Aflați x,y,z,t numere prime pentru care:

   $x+y+z+t=11$ și $x\le y\le z\le t$. 2p

2. a) Fie numerele $a = (3^{11}\cdot 9^8 : 27^8 - 2^4\cdot 4^7 : 8^5 - 5^0)\cdot 3^8\cdot 2^y$, $y = 2^3$

   $b = 2^{n+1}\cdot 3^{n+4} - 2^{n+4}\cdot 3^{n+2}$

   Aflati n apartine lui N^* a.i. $(a, b) = 2^3\cdot 3^4$ 5p

   b) Determinati numerele naturale x pentru care fractia $\dfrac{7x+3}{3x+7}$ reprezinta un numar natural. 2p

3. Un segment [AB] este impartit de $A_1, A_2, \ldots, A_{999}$ in 1000 segmente astfel incat: $AA_1=A_1A_2=1$cm, $A_2A_3=A_3A_4=2$ cm, $A_4A_5=A_5A_6=3$ cm si asa mai departe.

   4,5,6, 7,8

   a) Care este lungimea segmentului A_9A_{10}? 2p

   b) Aratati ca punctul A_4 este mijlocul segmentului AA_6. 2p

   c) Care este lungimea segmentului AB exprimata in km? 3p

4. Se considera punctele colineare A, O si C (in aceasta ordine) si punctual B exterior dreptei AC. Fie [OM bisectoarea unghiului BOC, [ON bisectoarea unghiului AOM (N in interiorul unghiului BOC), [OP bisectoarea unghiului AOB si [OI bisectoarea unghiului AOP.

   Aflati : a) $m(\widehat{POM})$ 2p

   b) $m(\widehat{ION})$. 5p

Nota :

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se noteaza de la 7 la 0 puncte .

Timp de lucru 2 ore

Barem de notare

Clasa a VI a

1. a) Calculul numaratorului 2 puncte	2p
Calculul numitorului 2 puncte	2p
Finalizare 1 punct	1p
b) Fiecare solutie 1 punct	2
2. a) Se acorda cate 2 puncte pentru calculul numarelor a si b	4p
Finalizare 1 punct	1p
b) Se acorda 1 punct pentru scrierea conditiei de divizibilitate	1p
Finalizare 1 punct .	1p
3. a) Calculul lungimii segmentului 2 puncte	2p
b) Se acorda 2 puncte pentru determinarea congruentei	2p
c) Calculul 3 puncte	3p
4. a) Masura unghiului POM =90 grade 2 puncte	2p
b) Masura unghiului AOB egala cu 4x rezulta masura lui AOM egala cu 90^0+2x 2 puncte	2p
Masura lui AON egala cu 45^0+2x , 1 punct	1p
Masura lui AOQ egala cu 2x , 1 punct	1p
Finalizare 1 punct masura ION $=45^0$	1p

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV
Calea 13 Septembrie nr. 209, sector 5, București
Tel: 021.317.36.50 / 021.317.36.51, Fax: 021.317.36.54
E-mail: secretariat@isjilfov.ro Web: www.isjilfov.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
13.02.2010

Clasa a VII a

1) a) Calculati: $\frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n}-\frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)}$ 2p

2)

b) Aratati ca rezultatul calculului $S=\frac{1}{1\cdot2}+\frac{2}{1\cdot2\cdot3}+\frac{3}{1\cdot2\cdot3\cdot4}+\ldots+\frac{2009}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot2010}$ 3p

este o fractie subunitara.

c) Aratati ca $\frac{9}{2\cdot5}+\frac{9}{5\cdot8}+\frac{9}{8\cdot11}+\ldots\ldots\ldots+\frac{9}{47\cdot50}<\frac{3}{2}$ 2p

2) Paralelogramul ABCD are $AB=6\sqrt{2}$ cm, BC=6cm si $m(\sphericalangle A)=45^\circ$). In exteriorul sau se construieste triunghiul dreptunghic isoscel ABF, cu AF=FB=6cm.

a) Aratati ca AFBD este un patrat. 4p

b) Calculati aria paralelogramului ABCD. 3p

3) a) Fie k un număr natural, $k\in\{1;2;3;\ldots;2009\}$. Demonstrați că dacă $\frac{k}{2010}$ este o fracție ireductibilă, atunci și fracția $\frac{2010-k}{2010}$ este ireductibilă. 4p

b) Demonstrați că în mulțimea $\left\{\frac{1}{2010};\frac{2}{2010};\frac{3}{2010};\ldots\ldots;\frac{2009}{2010}\right\}$, numărul fracțiilor ireductibile este par. 3p

4) In exteriorul patratului ABCD se construieste patratul BEFG astfel incat [AB]≡[BE], iar punctele A si E sunt de aceeasi parte a dreptei DF.

a) Aflati natura patrulaterului convex determinat de punctele C, G, E, A. 3p

b) Aratati ca $\frac{m(\widehat{CBG})}{m(\widehat{GFD})}=$ constant. 4p

Nota :
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se noteaza de la 7 la 0 puncte .
Timp de lucru 3 ore

Barem de notare

Clasa a VII a

1. a) Calculul efectiv 2 puncte	2p
b) Calculul sumei 2 puncte	2p
Finalizare 1 punct	1p
c) Descompunerea fractiilor 1 punct	2p
Finalizare 1 punct	1p
2. a) DAFB romb (3 puncte)	3p
Finalizare 1 punct	1p
b) Se acorda 1 punct pentru formula ariei paralelogramului	1p
Finalizare 2 puncte.	2p
3. a) Presupunem d | 2010-k și d | 2010. Rezultă d | k . 2puncte	2p
Finalizare 2 puncte	2p
b) Determinarea fractiilor ireductibile	2p
Finalizare 1 punct	1p
4. a)i) AE || CG (1 punct) GE =CA (1punct) ii) A,B,G colineare rezulta CGEA dreptunghi (1punct)	3p
b) Masura lui CBG =x ^{0} rezulta ca masura lui BFD = $(90^0-x)/2$ (2 puncte) Masura lui DFG egala cu x/2 (1punct) Finalizare (1punct)	4p

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV
Calea 13 Septembrie nr. 209, sector 5, București
Tel: 021.317.36.50 / 021.317.36.51, Fax: 021.317.36.54
E-mail: secretariat@isjilfov.ro Web: www.isjilfov.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
13.02.2010

Clasa a VIII a

1) Fie $A=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2}+1)}+\frac{1}{\sqrt{2\cdot 3}\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})}+\dots\dots\dots+\frac{1}{\sqrt{2009\cdot 2010}\cdot(\sqrt{2010}+\sqrt{2009})}$

Arătați că $N=A\cdot\left[1+\left(\sqrt{2010}\right)^{-1}\right]$ este un număr rațional. 7p

2) a) Fie $a=\sqrt{n^2-2n\sqrt{3}+3}-|\sqrt{3}-2|+1$, n >1, n numar natural. Aratati ca numarul a este natural . 3p

b) Rationalizati numitorul fractiei $\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$. 4p

3) a) Arătați că : $(x^2-5x+3)(x^2-5x+9)+9$ este pătrat perfect. 2p

b) Fie expresia: $A(x,y)=\sqrt{x^2-6x+13}+\sqrt{y^2-6y+10}$, unde $x,y\in R$

Determinați valoarea minimă a expresiei A(x,y). 5p

4) In tetraedrul regulat ABCD cu AB=a se considera punctul E este mijlocul muchiei BC. Determinati :

a) masura unghiului dintre dreptele AD si BC; 3p

b) distanta de la D la AE; 2p

c) pozitia punctului M pe AD pentru care suma EM+MC este minima. 2p

Nota :

Toate subiectele sunt obligatorii .

Fiecare subiect se noteaza de la 7 la 0 puncte .

Timp de lucru 3 ore .

Barem de notare

Clasa a VIII a

1. Amplificarea fractiilor (2puncte) Descompunerea fractiilor (3puncte) Finalizare (2 puncte)	7p
2.a) Scoaterea de sub radical (1punct) Calculul modulului (1punct) Finalizare (1punct)	3p
b) Amplificare cu conjugata numitorului (grupate la alegere) (2puncte) Finalizare (2puncte)	4p
3. a) Scrierea patratului (2puncte)	2p
b) Restrangerea patratelor in radicali (4puncte) Finalizare (1punct)	5p
4. a) Realizarea desenului (1punct) Demonstratia ca AD perpendicular pe BC (2 puncte)	3p
b) Calculul distantei cerute (2 puncte)	2p
c) Scrierea conditiei de coliniaritate pe desfasurarea tetraedrului(1 punct) Finalizare (1 punct)	2p