

Varianta 1

- Să se afle  $x$  din egalitatea  $\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{2}}$ .
- Fie  $x = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{23}+\sqrt{24}}$  și  $y = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$ 
  - Calculați  $x+y$
  - Arătați că  $x > 2$  și  $y < 2$
- Dacă  $a, b \in \mathbb{R}_+$  și  $3a + 4b = 12$  să se demonstreze că  $a \cdot b \in [0, 3]$  și  $4a + 3b \in [9, 16]$ .
- Pe perpendiculara ridicată în vârful  $C$  pe planul triunghiului echilateral  $ABC$  luăm punctul  $S$  astfel încât  $SC = \frac{AB}{2}$ . Fie  $D$  mijlocul segmentului  $(BC)$ . Să se demonstreze că  $m(\overline{SAB}, (ABC)) = \frac{2}{3} \cdot m(\overline{SAD}, (ABC))$  !
- În paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A'B'C'D'$   $AB=8\text{cm}$ ,  $BC=6\text{cm}$ ,  $AA'=10\text{cm}$  și  $AC \cap BD = \{O\}$ . Să se calculeze:
  - măsura unghiului format de dreapta  $A'C$  și planul  $(ABC)$ , precum și sinusul unghiului format de dreapta  $BC'$  și planul  $(ABC)$ .
  - distanța de la punctul  $D'$  la dreapta  $DB$  precum și distanța de la punctul  $A'$  la dreapta  $DB$
  - tangenta unghiului format de planele  $(OA'D')$  și  $(A'B'D')$

Baricz Levente (1, 2, 5), Péterfi Margit (3, 4)

Varianta 2

- Să se determine numerele reale  $x$  și  $y$  astfel, ca inegalitatea  $\sqrt{x^2 - 10x + 25} + \sqrt{y^2 - 18y + 81} \leq 0$  să fie adevărată!
- Fie  $a = \sqrt{7-3\sqrt{5}} - \sqrt{7+3\sqrt{5}}$  un numărul real dat.
  - Arătați, că  $a^2 = 10$ .
  - Calculați numărul  $(a : \sqrt{10})^{2011}$ .
- Dacă  $x, y, z \in (-1, +\infty)$ , demonstrați că:  $\frac{x^2 + 2x + 10}{x+1} + \frac{y^2 + 2y + 10}{y+1} + \frac{z^2 + 2z + 10}{z+1} \geq 18$
- În vârful  $A$  al dreptunghiului  $ABCD$  se ridică, pe planul acestuia, perpendiculara  $AM$ . Se construiesc perpendicularele  $AP$  și  $AQ$ ,  $AP \perp BM$ ,  $AQ \perp DM$  ( $P \in BM$ ,  $Q \in DM$ ). Să se arate că  $PQ \perp MC$ .
- În piramida patrulateră regulată  $VABCD$   $AB=VA=12$  cm. Fie  $M$  mijlocul înălțimii  $[VO]$ , unde  $\{O\} = AC \cap BD$ . Se știe, că  $(MAB) \cap VC = \{E\}$  și  $(MAB) \cap VD = \{F\}$ .
  - Calculați valoarea raportului  $\frac{VE}{EC}$  !
  - Demonstrați, că patrulaterul  $ABEF$  este un trapez isoscel!
  - Calculați aria trapezului  $ABEF$  !
  - Determinați distanța dintre dreapta  $FE$  și planul  $(ABCD)$ !

Simon József (1, 2, 5), Popa Ionela, Popa Cristian (3, 4)