MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI HUNEDOARA
DEVA, Str. Gh. Barițiu, nr. 2, tel. 0254213315, fax. 0254215034
http://www.isj.hd.edu.ro , e-mail: inspectorat @isj.hd.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 26 ianuarie 2008 Clasa a V-a subiecte

1. **a)** Să se afle cel mai mic şi cel mai mare număr natural de cinci cifre distincte care au produsul cifrelor 0 .

b) Calculați : $2007 \cdot 2008 - 2008 \cdot 1942 - 2^7 \cdot 1004$.

2. Un bancomat este alimentat numai cu bancnote de 3 euro şi 5 euro.

a) Să se arate că pot fi retrase sumele : 8 euro, 9 euro şi 31 euro . Să se afle de câte bancnote de fiecare fel este nevoie în fiecare situație .

b) Să se arate că pentru a elibera o sumă pară, bancomatul scoate un număr par de bancnote .

3. Să se compare numerele :

$$a = 3^{22} + 2^{33} \quad \text{şi} \quad b = 4^{18} - 3 \cdot 4^{17} .$$

4. Se consideră mulțimile :

$A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2,3\}$, $A_3 = \{4,5,6\}$, ...

a) Să se determine cel mai mic element al mulțimii A_7 .

b) Să se determine mulțimea care conține numărul 1000 .

Notă :

1) Toate subiectele sunt obligatorii
2) Pentru fiecare subiect se acordă 7 puncte
3) Nu se acordă puncte din oficiu
4) Timpul de lucru este 2 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI HUNEDOARA
DEVA, Str. Gh. Barițiu, nr. 2, tel. 0254213315, fax. 0254215034
http://www.isj.hd.edu.ro , e-mail: inspectorat @isj.hd.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 26 ianuarie 2008 **Clasa a VI-a** **Subiecte**

5. a) Să se afle cifra a ştiind că numărul $\overline{0,1(a)}+\overline{0,(a)}+\overline{0,a(1)}$ este natural .
i.Să se determine numărul elementelor mulțimii :
$$A=\left\{x\in Q\,/\,x=\overline{0,ab}\ \text{ şi }\ \frac{2}{3}\le x\le\frac{4}{5}\right\}.$$

2. Să se arate că numerele $a=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot16\cdot17$ şi $b=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot18\cdot19$ dau acelaşi rest prin împărțire la 31 .

3. Punctul M este mijlocul segmentului (AB) , $C\in(AM)$ iar D este mijlocul segmentului (BC) .
a) Să se arate că $D\in(MB)$.
b) Ştiind că $CM=3\ cm$ şi $AB=30\ cm$, să se calculeze lungimea segmentului (MD) .

4. Dreptele AB şi CD sunt concurente în punctul O, $O\in(AB)$, $O\in(CD)$ iar $m(\widehat{AOC})=2\cdot m(\widehat{BOC})$. Fie $OE\perp AB$ şi $(OF$ bisectoarea unghiului $\widehat{BOD}$.
Să se calculeze măsura unghiului $\widehat{EOF}$.

Notă :
Toate subiectele sunt obligatorii
Pentru fiecare subiect se acordă 7 puncte
Nu se acordă puncte din oficiu
Timpul de lucru este 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI HUNEDOARA
DEVA, Str. Gh. Barițiu, nr. 2, tel. 0254213315, fax. 0254215034
http://www.isj.hd.edu.ro , e-mail: inspectorat @isj.hd.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Subiecte **Etapa locală – 26 ianuarie 2008** **Clasa a VII-a**

6. Numerele a şi b sunt raționale pozitive şi $a < b$.

a) Să se demonstreze că : $\frac{1}{b} < \frac{1}{\sqrt{a \cdot b}} < \frac{1}{a}$.

b) Să se arate că : $\frac{2}{3} < \left(\sqrt{6}\right)^{-1} + \left(\sqrt{15}\right)^{-1} + \left(\sqrt{35}\right)^{-1} < \frac{16}{15}$.

7. Să se arate că numărul $p = \frac{10}{9} - \frac{12}{11} + \frac{14}{13} - \frac{16}{15} + \ldots + \frac{98}{97} - \frac{100}{99}$ nu este natural .

8. Pe laturile (AB) şi (AC) ale triunghiului echilateral ABC se consideră punctele M respectiv N astfel încât $AB = 3 \cdot AN$ şi $BM = \frac{1}{3} \cdot AC$. Fie Q punctul de intersecție a dreptelor BN şi CM .

a) Să se demonstreze că $MN \perp AC$.

b) Să se calculeze măsura unghiului $B\hat{Q}C$.

9. Patrulaterul convex $ABCD$ are $m(A\hat{B}C) = m(A\hat{D}C) = 90^\circ$ iar $(BD$ este bisectoarea unghiului $A\hat{B}C$. Se consideră $DE \perp AB, E \in AB$ şi $DF \perp BC, F \in BC$.

a) Să se arate că $(AD) = (CD)$.

b) Să se demonstreze că $A_{ABCD} = A_{BFDE}$.

Notă :

i. Toate subiectele sunt obligatorii .
ii. Nu se acordă puncte din oficiu .
iii. Timpul de lucru este 3 ore .
iv. Pentru fiecare subiect, corect rezolvat, se acordă 7 puncte.

MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI HUNEDOARA
DEVA, Str. Gh. Barițiu, nr. 2, tel. 0254213315, fax. 0254215034
http://www.isj.hd.edu.ro , e-mail: inspectorat @isj.hd.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Subiecte **Etapa locală – 26 ianuarie 2008** **Clasa a VIII-a**

1. Fie $x \in \mathbb{R}^*$ şi numerele : $a = x + \frac{1}{x}$, $b = \frac{x}{x^2 + x + 1}$, $c = \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$.

Să se arate că $a = \frac{b}{c} + 1$.

2. Se consideră expresia $E(x,y,z) = \frac{x+y}{1+z} + \frac{y+z}{1+x} + \frac{z+x}{1+y}$, $x,y,z \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

Să se demonstreze dubla inegalitate : $2 \le E(x,y,z) \le 3$.

3. $ABCDA'B'C'D'$ este un cub astfel încât $AB = 12\ cm$, P este centrul feței $ADD'A'$ iar Q este mijlocul muchiei (BC).

a) Să se calculeze lungimile segmentelor $(C'P)$ şi (QP).

b) Să se calculeze distanța de la punctul Q la planul $(A'C'D)$.

4. Triunghiul echilateral PMN şi trapezul dreptunghic $AMNC$, cu $m(\widehat{A}) = m(\widehat{M}) = 90^\circ$, $AC > MN$, sunt situate în plane perpendiculare . Se consideră B simetricul punctului A față de M iar $AB = AC = 2 \cdot MN$.

a) Să se arate că $PA^2 + PB^2 = PC^2$.

b) Să se calculeze tangenta unghiului plan corespunzător diedrului format de planele (APC) şi (MNP).

Notă :
1) Toate subiectele sunt obligatorii .
2) Nu se acordă puncte din oficiu .
3) Timpul de lucru este 3 ore .