



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ "NICOLAE PĂUN"  
EDIȚIA A XVII-A - DECEMBRIE 2010

SUBIECTE CLASA A VI -A

**Problema 1.**

a) Determinați numărul natural prim  $n$  știind că  $n + 2$  este un divizor comun al numerelor  $8n^2 + 3n + 5$  și  $6n^2 - 24$ .

Gheorghe Radu, Rm. Vâlcea

b) Pentru orice  $n \in \mathbf{N}^*$  notăm cu  $p_n$  al  $n$ -lea număr natural prim. (De exemplu  $p_1 = 2$ ,  $p_2 = 3$  etc).

b<sub>1</sub>) Aflați  $n \in \mathbf{N}^*$  pentru care  $p_{n+1} - p_n = 1$  ;

b<sub>2</sub>) Determinați  $n \in \mathbf{N}^*$  pentru care  $p_n \geq 2n + 1$  .

Nicolae Bourbăcut, Hunedoara

**Problema 2**

Fie mulțimea  $E = \{3, 7, 11, 15, 19, \dots, 63, 67\}$ .

a) Calculați suma elementelor mulțimii  $E$  ;

b) Poate fi împărțită mulțimea  $E$  în trei submulțimi disjuncte două câte două, astfel încât suma elementelor din fiecare submulțime să fie aceeași ? Justificați !

c) Dacă  $A$  este o submulțime a lui  $E$  formată din 11 elemente, demonstrați că mulțimea  $A$  conține două elemente a căror sumă este divizibilă cu 29.

Constantin Bărăscu, Râmnicu Vâlcea

**Problema 3**

Se consideră punctele coliniare  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2011}$  astfel încât  $A_1A_2 = 1$  cm,  $A_2A_3 = 2$  cm, ...,  $A_{2010}A_{2011} = 2010$  cm.

a) Arătați că există o ordine a punctelor  $A_1, A_2, A_3, A_4$  și  $A_5$  astfel încât  $A_1 = A_5$  ;

b) Determinați o ordine de așezare a punctelor  $A_1, A_2, \dots, A_{2009}$  astfel încât  $A_1 = A_{2009}$  ;

c) Arătați că oricum am alege o ordine a tuturor celor 2011 puncte,  $A_1$  și  $A_{2011}$  nu coincid.

Cecilia Deaconescu, Pitești și Dumitru Dobre, Rm. Vâlcea

**Problema 4**

Se consideră semidreptele  $[OA_1, [OA_2, \dots, [OA_{2010}$  , distincte două câte două. Notăm cu  $\mathcal{U}$  mulțimea tuturor unghiurilor având ca laturi două semidrepte distincte dintre cele considerate.

a) Demonstrați că în  $\mathcal{U}$  există măcar un unghi de măsură cel puțin egală cu  $10'$  și măcar un unghi de măsură egală cu  $11'$  ;

b) Determinați cardinalul minim posibil al mulțimii  $\mathcal{U}$  și cardinalul maxim posibil al mulțimii  $\mathcal{U}$ .

Gabriel Popa, Iași

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii, fiecare subiect fiind cotate cu 7 puncte. Timp de lucru 3 ore.**