OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ GIURGIU
16.02.2013

CLASA a V-a

1. Dacă $\overline{ab}+9b=5\cdot\overline{ba}$ arătaţi că $\overline{ab}=(a+b)^2$.

Gazeta matematică

2. Se dă numărul A=$2^0+2^4+2^6+\ldots+2^{2012}$. Cercetaţi:
   a) dacă A este divizibil cu 2;
   b) dacă A este divizibil cu 5;
   c) câţi termeni are A?

***

3. Să se afle câte numere naturale de două cifre împărţite la 28 dau restul un cub perfect.

Dumitru Preoteasa,Giurgiu

4. Trei fraţi, Andrei, Daniel şi Victor au avut anul trecut împreună 19 ani. Dacă Andrei este cu 2 ani mai mic decât Daniel şi Victor este cu 3 ani mai mare decât Daniel, să se afle vârstele lor în prezent.

Radu Stănică,Frăteşti

CLASA a VI-a

1. a) Determinaţi cifrele **x** şi **y** din relaţia $\overline{xy6}=6^{x+y}$;
   b) Determinaţi cifrele **x** şi **y** din relaţia $\overline{xy}^2+\overline{xy}=110$.

***

2. Fie punctele coliniare A, B, C, D (în această ordine) situate pe dreapta d, astfel încât [AB] $\equiv$ [CD]. De aceeaşi parte a dreptei d se consideră punctele E şi F astfel încât [BE] $\equiv$ [CF], $\angle$EBC $\equiv$ $\angle$FCB şi [BF $\subset$ Int$\angle$EBC. Să se demonstreze că:
   a) [AE] $\equiv$ [DF] ;
   b) $\angle$AFC $\equiv$ $\angle$DEB.

Nicolae Stănică,Brăila

3. Dacă $a+b+c=4$ (unde $a, b, c \in \mathbf{N}$), iar $2^a+2^b+2^c$ este număr prim, arătaţi că numărul $\dfrac{a\cdot b\cdot c}{2013}$ este natural.

Dumitru Preoteasa,Giurgiu

4. Fie cinci unghiuri în jurul unui punct *O* : *<MON, <NOP, <POR, <ROS* şi *<SOM.* Dacă semidreapta *(OM* este bisectoarea unghiului *<NOS, m(<NOP)=2m(<NOM), m(<POR)=3m(NOP)* şi *m(<ROS)=4m(<SON),* atunci:
   a) Calculaţi măsurile celor cinci unghiuri din jurul punctului *O;*
   b) Demonstraţi că punctele *M, O, R* sunt coliniare;
   c) Calculaţi măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor: *<POR* şi *<ROS.*

Gabriela Dincă şi Viorel Dincă,Giurgiu

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ GIURGIU
16.02.2013

CLASA a VII-a

1. Demonstraţi că dacă x şi y sunt numere întregi, iar x+3y este divizibil cu 2013, atunci şi numărul 2014x – 4023y este divizibil cu 2013.

Dumitru Preoteasa,Giurgiu

2. Fie patrulaterul convex ABCD, astfel încât bisectoarea unghlui A este paralelă cu BC. Bisectoarea unghiului A intersectează pe BD în E şi pe CD în F. Arătaţi că:

a) $\frac{AD}{AB}=\frac{DF}{FC}$;

b) $\frac{CD}{DF}-\frac{AB}{AD}=1$

***

3. Determinaţi numărul natural x astfel încât**:**

$$\frac{x-1}{1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+...+\frac{1}{1+2+3+...+2013}}=\frac{2014}{2013}$$

Gabriela şi Viorel Dincă,Giurgiu

4. În triunghiul ABC, avem[BM] mediană şi [CD] înălţime, CD ∩ BM = {P}.
Dacă [CD] ≡ [BM] să se arate că PD = ½ BP.

Radu Stănică,Frăteşti

CLASA a VIII-a

1. Determinaţi toate numerele întregi x, pentru care $\frac{x^3+1}{2x-1}\in Z$.

Gazeta Matematică

2. Fie ABCD un pătrat cu latura de 7 cm. În punctul D se ridică perpendiculara pe planul pătratului pe care se ia punctul M astfel încât MD = 7. Fie E $\in$ (BC) astfel încât |BE| = $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.
Să se determine distanţa de la M la AE.

***

3. a) Să se arate că $\sqrt{1+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}}\in$Q, $\forall k\in N^*$.

b) Să se rezolve în R, ecuaţia:

$$\frac{3}{2}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+....\sqrt{1+\frac{1}{2012^2}+\frac{1}{2013^2}}=x+\frac{2012}{2013}$$

***

4. Să se arate că dacă un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile n, n+2şi n+4, unde n$\in$**N***, atunci nici una din feţele paralelipipedului nu este echivalentă cu un pătrat.

Dumitru Preoteasa,Giurgiu