Olimpiada Naţională de Matematică Judeţul Argeş
- etapa locală – 16 februarie 2013

Clasa a VIII-a *Varianta 3*

BAREM DE CORECTARE SI NOTARE

1 a $(x-4\sqrt{3})^2+(y-3\sqrt{2})^2=0 \Rightarrow x=4\sqrt{3}$ şi $y=3\sqrt{2}$

$$z=\frac{\left[4\sqrt{3}\right]-\left[3\sqrt{2}\right]}{\left[-4\sqrt{3}\right]-\left[-3\sqrt{2}\right]} \Rightarrow z=\frac{6-4}{-7-(-5)}=\frac{2}{-2}=-1 \Rightarrow z<t$$

1 b Obţinem succesiv: $x^2+\frac{1}{x^2}=98$; $x^3+\frac{1}{x^3}=970$; $x^4+\frac{1}{x^4}=9602$

E(x) = 10 + 98 + 970 + 9602 = 10680

2 $\sqrt{11-6\sqrt{2}}=3-\sqrt{2}$

$-3+\sqrt{2}<x<3-\sqrt{2}$ şi cum x este număr real $\Rightarrow A=(-3+\sqrt{2};3-\sqrt{2})$

$$a=\frac{\sqrt{2}-1}{1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1}+...+\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}{1}$$

$a=\sqrt{n}-1\in(-3+\sqrt{2};3-\sqrt{2})\Rightarrow\sqrt{n}<4-\sqrt{2}$, dar $n\in N^*-\{1\}\Rightarrow n\in\{2;3;4;5\}$

3 a) AM mediană comună $\Rightarrow$ MD = ME şi MB = MC $\Rightarrow$ BDCE paralelogram

$\Rightarrow$ BD || CE şi BE || DC

$\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QD}\Rightarrow$ PQ || BD. Analog, QR || CD, SR || EC, SP || BE $\Rightarrow$ PQ || SR, QR || SP $\Rightarrow$ PQRS parallelogram

b) Aplicăm teorema medianei în triunghiurile ABC şi ADE şi obţinemn:

$$AM^2=\frac{2(AB^2+AC^2)-BC^2}{4} \text{ şi } AM^2=\frac{2(AD^2+AE^2)-DE^2}{4}$$

(2p)

$\left.\begin{array}{l}\text{Cum } AB^2+AC^2=AD^2+AE^2\Rightarrow BC=DE\\ \text{Dar BDCE paralelogram}\end{array}\right\}\Rightarrow$ BDCE dreptunghi ……………..

4 a) Dacă AD $\perp$ BC, conform T_{3p} avem că MD $\perp$ BC şi m(<(MBC), (ABC)) = m(<MDA) ....

Se calculează AD = 24 cm şi cum AM = 24 cm $\Rightarrow$ m(<MDA) = 45^0 ....

(2p)

b) Fie H $\in$ MD astfel încât AH $\perp$ MD şi conform R_2T_{3p}

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\Rightarrow AH\perp(MBC)\\ MB\subset(MBC)\end{array}\right\}\Rightarrow MB\perp AH\\ \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}AC\perp AB\\ AC\perp AM\end{array}\right\}\Rightarrow AC\perp(MBA)\\ MB\subset(MBA)\end{array}\right\}\Rightarrow MB\perp AC\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}\Rightarrow MB\perp(ACH)\\ CH\subset(ACH)\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}\Rightarrow CH\perp MB\\ MD\perp BC\\ H\in MD\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$\Rightarrow$ H ortocentrul Δ MBC ....