

1. Fie funcția  $f: A = \{1; 2; 3; \dots; 100\} \rightarrow \mathbb{N}$ , unde  $f(n) = \text{ultima cifră a numărului } n$ . Precizați care este probabilitatea ca, alegând un element la întâmplare din mulțimea  $A$ , să obținem  $f(n) = 1$ .

- A. 0,1      B. 0,2      C. 0,3      D. 0,4      E. 0,5

2. Calculați produsul  $P = (1 - \frac{1}{2^2}) \cdot (1 - \frac{1}{3^2}) \cdot (1 - \frac{1}{4^2}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{10^2})$ .

- A. 1      B. 1,5      C. 0,55      D. 0,5      E. 0

3. Aflați valoarea raportului  $\frac{\overline{xx2+x4}}{\overline{xx1+x2+3}}$ , unde  $x$  este cifră în baza 10.

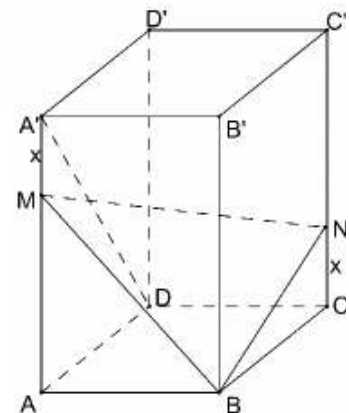
- A. 4      B. 0,5      C. 3      D. 2      E. 1

4. Fie mulțimea  $A = \{(a; b) / a + b = 15; c.m.m.d.c.(a, b) = 3; a, b \in \mathbb{N}\}$ . Care este numărul de elemente al mulțimii  $A$ ?

- A. 5      B. 4      C. 3      D. 7      E. 1

5. Paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  are  $AB = BC = a$  și  $AA' = 2a$ . Pe segmentele  $AA'$  și  $CC'$  se iau punctele  $M$  respectiv  $N$  astfel încât  $A'M = CN = x$ . Măsura unghiului determinat de planele  $(BMN)$  și  $(ADA')$  este de  $45^\circ$ . Care este valoarea lui  $x$ ?

- A.  $\frac{3a}{4}$       B.  $\frac{2a}{3}$       C.  $\frac{a}{4}$       D.  $\frac{4a}{3}$       E.  $\frac{a}{2}$



6. Fie trei numere reale pozitive  $a, b, c$  ce îndeplinesc simultan condițiile:  $a^2 + 5ab = 7 + 2bc$ ,  $b^2 + 3ac = 5 + 3ab$  și  $c^2 + 4bc = 4 + ac$ . Valoarea sumei  $a + b + c$  este egală cu:

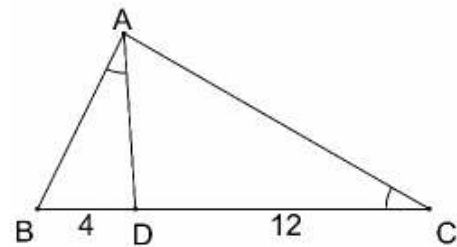
- A. 4                      B. 7                      C. 5                      D. 6                      E. 8

7. Fie  $a, b, c$  trei numere reale cu proprietatea că  $a - b = b - c = 4$ . Valoarea expresiei  $E = a^2 + c^2 - 2b^2$  este:

- A. 34                      B. 31                      C. 30                      D. 33                      E. 32

8. În figura alăturată  $m(\angle BAD) = m(\angle ACD)$ ,  $BD = 4$ , iar  $CD = 12$ . Lungimea segmentului AB este:

- A. 6                      B.  $4\sqrt{3}$                       C. 8                      D.  $8\sqrt{2}$                       E.  $6\sqrt{3}$



9. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2007 - x$ . Valoarea expresiei  $E = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2010)$  este:

- A. 2011009                      B. 0                      C. 2015022                      D. 2013015                      E. 2007

10. Fie mulțimea  $S = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 = a\}$ . Dacă  $a = 8,4 : 0,8 + 3 \cdot (3\frac{1}{2} - 1,25 \cdot 2) - (\sqrt{5} - \frac{2,5}{\sqrt{5}}) \cdot \sqrt{5} - 2$ , atunci:

- A.  $S = \{-3, +3\}$                       B.  $S = \{-1, +1\}$                       C.  $S = \{-\sqrt{2}, +\sqrt{2}\}$                       D.  $S = \{-2, +2\}$                       E.  $S = \emptyset$

11. Fie  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -3\}$  și  $a = \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+2} - \frac{1}{x^2+5x+6}$ . Atunci valoarea numărului  $a$  este:

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4                      E. 5

12. Dacă  $a = \sqrt{50} + \sqrt{72} - \sqrt{18} - \sqrt{98}$  și  $b = \sqrt{242} - \sqrt{128} - \sqrt{8}$ , atunci  $a \cdot b$  este egal cu:

- A. 0                      B. 1                      C. 4                      D. 2                      E.  $2^7$

13. Un cub vopsit cu latura de 5 cm se taie în cubulețe cu latura de 1 cm. Câte cubulețe nu au nici o față vopsită?

- A. 45                      B. 25                      C. 27                      D. 1                      E. 10

14. Care este aria maximă pe care o poate avea un triunghi cu perimetrul de 36 cm care are lungimile laturilor exprimate prin numere naturale, în centimetri?

- A.  $36 \text{ cm}^2$                       B.  $48 \text{ cm}^2$                       C.  $48\sqrt{3} \text{ cm}^2$                       D.  $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$                       E.  $54\sqrt{3} \text{ cm}^2$

15. Fie expresia  $E(x) = (x-3)(x+3)(x^2+9)$ .  $E(x)$  este egal cu:

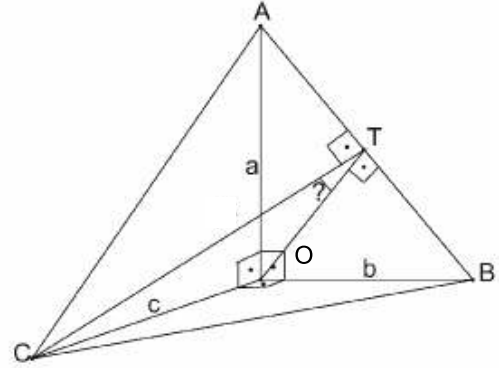
- A.  $x^3 - 9$                       B.  $x^4 - 9$                       C.  $x^4 - 81$                       D.  $x^3 - 27$                       E.  $x^4 - 27$

16. Fie numerele  $a = 2^{3^3}$ ,  $b = (2^3)^3$  și  $c = (3^2)^3$ . Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

- A.  $a < b < c$       B.  $b < a < c$       C.  $b < c < a$       D.  $a = b$       E.  $c < b < a$

17. Fie  $[OA]$ ,  $[OB]$ ,  $[OC]$  trei segmente perpendiculare două câte două și de lungimi  $a$ ,  $b$ , respectiv  $c$ . Atunci tangenta unghiului determinat de planele  $(ABC)$  și  $(ABO)$  este:

- A.  $\frac{c\sqrt{a^2 - b^2}}{ab}$       B.  $\frac{c\sqrt{a^2 + b^2}}{ab}$   
 C.  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab}$       D.  $\frac{c\sqrt{a}}{ab}$   
 E.  $\frac{ab}{c\sqrt{a^2 + b^2}}$



18. Să se afle suma elementelor mulțimii  $A = \left\{ x \in \mathbb{N} / \frac{1}{2} < \frac{3}{x-1} \leq \frac{9}{2} \right\}$ .

- A. 20      B. 30      C. 18      D. 10      E. 100

19. Valoarea numărului  $x = \frac{4}{1} + \frac{7}{2} + \frac{10}{3} + \frac{13}{4} + \dots + \frac{301}{100} - \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right)$  este:

- A. 200      B. 100      C. 300      D. 50      E. 2007

20. Dacă  $X = \left\{ x \in \mathbb{R} / x\sqrt{3} - 4 < 4x - \sqrt{3} \right\}$ , atunci:

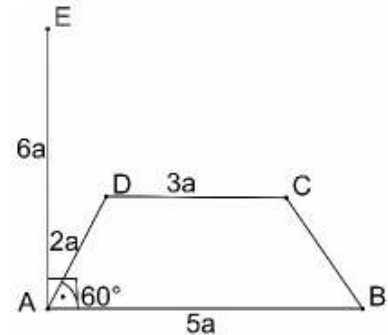
- A.  $X = \mathbb{R}$       B.  $X = (1, \infty)$       C.  $X = (-\infty, -1)$       D.  $X = (-\infty, 1)$       E.  $X = (-1, \infty)$

21. Să se determine mulțimea  $A = \{a \in \mathbb{Z} / \sqrt{E(a)} \in \mathbb{Z}\}$ , unde  $E(a) = (a+1) \cdot (a+2) \cdot (a+3) \cdot (a+4) + 1$ .

- A.  $A = \{1; 5; 2007\}$       B.  $A = \{1\}$       C.  $A = \emptyset$       D.  $A = \{1; 5\}$       E.  $A = \mathbb{Z}$

22. Se consideră trapezul  $ABCD$  cu  $AB = 5a$ ,  $CD = 3a$ ,  $AD = 2a$ ,  $m(\angle DAB) = 60^\circ$ . Din vârful  $A$  se ridică perpendiculara  $AE$  pe planul trapezului,  $AE = 6a$ . Distanța de la vârful  $E$  la dreapta  $DC$  este:

- A.  $4a\sqrt{5}$       B.  $a\sqrt{55}$       C.  $a\sqrt{61}$       D.  $6a$       E.  $a\sqrt{39}$



23. Aflați cel mai mic număr care împărțit la numerele 8, 9 și 10 dă resturile 3, 4, respectiv 5.

- A. 395      B. 345      C. 365      D. 385      E. 355

24. Să se calculeze, cu aproximație prin adaos cu o sutime, soluția ecuației  $2x - \sqrt{20} = 0$ .

- A. 2,24      B. 2,23      C. 3,16      D. 3,17      E. 2,10

25. Fie mulțimile  $M = \{n \in \mathbb{N} / (2\sqrt{3})^n \in \mathbb{N}\}$  și  $X = \{x / x = (2\sqrt{3})^n, n \in M\}$ . Să se afle câte elemente are mulțimea  $X \cap [0; 200]$ .

- A. 2      B. 1      C. 3      D. 4      E. 0

26. Dacă  $a, b \in \mathbb{R}^*$ ,  $\frac{a}{b} = 5 + 2\sqrt{6}$ , atunci valoarea raportului  $\frac{a^2 + b^2}{ab}$  este:

- A.  $\sqrt{6}$       B. 2      C.  $4\sqrt{6}$       D. 10      E. 5

27. Fie  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$ . Soluția ecuației  $\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{4} + \dots + \frac{x+n}{n+1} = n$  este egală cu:

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3      E. 5

28. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -2x + 3$ . Fie  $A(a, b)$  punctul situat pe reprezentarea funcției  $f$  în care funcția  $g(x) = f(x) - x$  se anulează. Atunci  $a + b$  este egal cu:

- A. 0      B. 1      C. 2      D. -2      E. -1

29. Dacă  $\sqrt{3}x - 2\sqrt{5} = x\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$ , atunci  $x$  are valoarea:

- A. -2      B. 2      C. 0      D. -1      E. 1

30. Dacă  $x = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} + 1$  și  $y = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} - 1$ , atunci media armonică a numerelor  $x$  și  $y$  este:

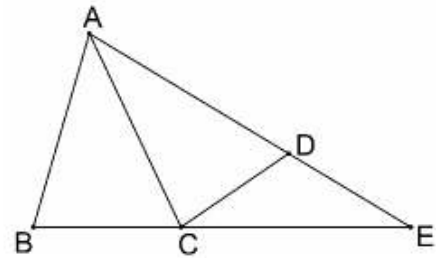
- A. 1      B.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$       C.  $\frac{\sqrt{35}}{5}$       D.  $\frac{2\sqrt{35}}{35}$       E.  $\frac{2}{5}$

31. Calculați suma  $S = \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \dots + \frac{1}{380}$ .

- A.  $S = 1$                       B.  $S = 0,5$                       C.  $S = 1,5$                       D.  $S = 0,15$                       E.  $S = 0$

32. În figura alăturată triunghiurile  $ABC$  și  $ADC$  sunt asemenea, iar  $[DC] = [DE]$ . Să se calculeze valoarea raportului  $\frac{m(\angle B)}{m(\angle E)}$ .

- A. 3                      B.  $\frac{3}{2}$                       C. 2                      D.  $\frac{5}{3}$                       E.  $\frac{4}{3}$



33. Determinați numărul  $n \in \mathbb{N}^*$  pentru care:  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = 9$ .

- A. 1                      B. 99                      C. 9                      D. 2006                      E. 0

34. Fie  $A = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / x^2 - y^2 + x + y - 2 = 0\}$  și  $B = \{x / (x, y) \in A\}$ . Să se afle suma pătratelor elementelor mulțimii  $B$ .

- A. 12                      B. 5                      C. 10                      D. 25                      E. 169

35.  $A = (x + \sqrt{3})^3 - (x + \sqrt{3})(x^2 - \sqrt{3}x + 3)$ . După efectuarea calculelor, valoarea lui  $A$  va fi:

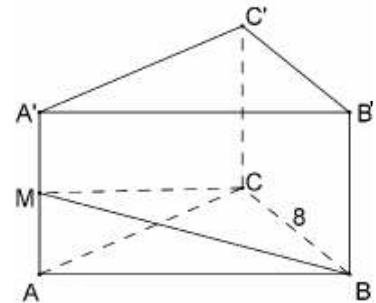
- A. 0                      B. 1                      C.  $x$                       D.  $3\sqrt{3}x^2 + 9x$                       E.  $27x$

36. Dacă tatăl are 48 de ani, iar cei doi copii ai săi au vârstele de 10 ani, respectiv de 16 ani, atunci peste câți ani vârsta tatălui va fi egală cu suma vârstelor copiilor?

- A. 22      B. 12      C. 18      D. 20      E. 15

37. Fie  $ABCA'B'C'$  o prismă triunghiulară regulată dreaptă și punctul  $M$  mijlocul segmentului  $AA'$ . Știind că  $BC = 8$  și  $AA' = \frac{3}{8}AC$ , atunci  $d(A; (MBC))$  este:

- A.  $\frac{24}{5}$       B.  $\frac{12}{\sqrt{67}}$       C.  $\frac{12}{\sqrt{21}}$       D.  $\frac{48}{5}$       E.  $4\sqrt{3}$



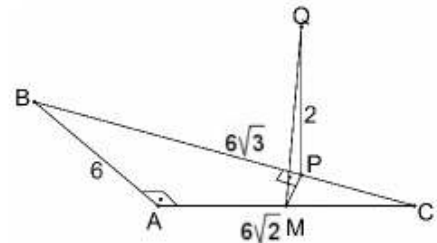
38. Fie  $a$  și  $b$  două numere reale, direct proporționale cu 3, respectiv 4. Dacă  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{7}{48}$ , atunci raportul  $\frac{1}{ab}$  are valoarea:

- A.  $\frac{1}{192}$       B.  $\frac{1}{4}$       C. 192      D. 48      E.  $\frac{1}{12}$

39. Fie mulțimea  $S = \{x \in \mathbb{Z} / ||x-2|-3|=2\}$ . Atunci:

- A.  $S = \emptyset$       B.  $S = \{-3\}$       C.  $S = \{-3, 7\}$       D.  $S = \{-3, 1, 3, 7\}$       E.  $S = \{-3, 1, 7\}$

40. În  $\triangle ABC$   $m(\angle A) = 90^\circ$ ,  $AB = 6$  cm,  $BC = 6\sqrt{3}$  cm, punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AC$ , punctul  $P$  este piciorul perpendicularei din  $M$  pe  $BC$ ,  $PQ \perp (ABC)$ ,  $Q \notin (ABC)$ ,  $PQ = 2$  cm. Atunci lungimea segmentului  $MQ$  este:



- A.  $2\sqrt{10}$  cm      B.  $2\sqrt{2}$  cm      C. 10 cm      D.  $\sqrt{2}$  cm      E.  $\sqrt{10}$  cm