

1,77
2
3164

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ-14 FEBRUARIE 2009
CLASA a-VIII-a

SUBIECTUL I

Fie $x, y \in \mathbb{R}$ astfel încât $3x + 2y - 1 = 0$ și $x \in [-1, 3]$. Să se calculeze :

$$A = \sqrt{x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5} + \sqrt{x^2 + y^2 - 6x + 8y + 25}.$$

SUBIECTUL II

Să se arate că $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL III

Fie $ABCD$ un patrulater convex în care măsura unghiului BCD este de 90° , $m(\angle ADC) = 120^\circ$, $AD = 1 \text{ cm}$, $CD = 2 \text{ cm}$ și $BC = \sqrt{3} \text{ cm}$. Pe planul patrulaterului se ridică, în punctul A , perpendiculara VA , cu $VA = 1 \text{ cm}$.

- a) Să se determine distanța de la punctul V la dreapta BC .
- b) Demonstrați că $BF \perp FA$, unde F este mijlocul segmentului $[CD]$.
- c) Calculați lungimea segmentului $[VB]$.

SUBIECTUL IV

Se consideră piramida $VABC$, G centrul de greutate al triunghiului ABC și A', B', C' mijloacele muchiilor $[BC]$, $[CA]$ și respectiv $[AB]$. Arătați că dacă $VG \perp (ABC)$, $VA \perp VA'$, $VB \perp VB'$ și $VC \perp VC'$, atunci piramida $VABC$ este o piramidă regulată.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.