Concursul Interjudeţean de Matematică

"Memorialul Niculae Vlădescu"

Ediţia a IV-a, 20 mai 2017

Clasa a VII-a

SUBIECTUL I (60 puncte) (Pe foaia de concurs se trec doar rezultatele)

---

1. Dacă a-b=5 şi $a^2 - b^2 = 420$ atunci a + b=...................
2. Soluția reală a ecuației $x - \frac{x-1}{3} = 3$ este………
3. Dacă x este un număr natural și$x^2 + 10x$ este prim, atunci x =…….
4. Media geometrică a 2 numere reale pozitive este egală cu 6 şi unul din numere este 12.

   Atunci suma lor este ......
5. Raționalizând fracția $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$ se obține……….
6. Un triunghi echilateral cu perimetrul de 18 cm are aria…………
7. Valoarea minimă a expresiei E(a,b)= $a^2 + b^2 - 6a + 10b - 30$ este.............
8. Valoarea pentru A= sin 30^0 +cos60^0 -ctg45^0 este…………..
9. Triunghiul isoscel ABC are AB=AC=8cm șim $(\sphericalangle A)$=120^0.

   Atunci distanța de la B la AC este…….
10. Întriunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90^0$, AD⊥ BC,D ∈ (BC), și $\frac{CD}{AD} = \frac{3}{4}$.

    Atunci sin($\sphericalangle B$) are valoarea………
11. Un romb are perimetrul de 20 cm şi aria de 25 cm^2.

    Atunci suma lungimilor diagonalelor este ….
12. Fie trapezul dreptunghic ortodiagonal ABCD, AB//CD, $m(\sphericalangle A) = 90^0$, AB =$\sqrt{7}$ -$\sqrt{3}$ și

    CD = $\sqrt{7}$ +$\sqrt{3}$. Atunci aria trapezului este……………

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte) (Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

1. Rombul ABCD are $m(\sphericalangle BAD) = 60^0$, $AC \cap BD = \{O\}$, iar punctul E este simetricul lui B față de AD:

   a) Să se arate că punctele C, D, E sunt coliniare.
   b) Dacă $BE \cap AD = \{M\}$ și $OM = 6m$ calculați aria patrulaterului $ABCE$.
   c) Dacă$EO \cap BC = \{P\}$ și $AC \cap BE = \{Q\}$ să se demonstreze că $PQ \parallel AB$.

2. Fie numerele reale a si b care îndeplinesc simultan proprietațile :

   $a^2 + b \in Q, \quad b^2 + a \in Q$ (1)

   a) Să se arate că numerele $a = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ si $b = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ verifică (1)
   b) Să se arate că dacă numerele reale a si b verifică condițiile (1) dar si condiția a+b $\in Q/\{1\}$ atunci a și b sunt numere raționale;
   c) Să se arate că exista o infinitate de perechi de numere a si b iraționale care verifică (1).

Notă: Se acordă **10 puncte** din oficiu. Timp de lucru:2 ore

Subiectele au fost selectate de profesorii Rașcu Valerică și Badea Cătălin

Concursul interjudețean de matematică
“Memorialul prof. NiculaeVlădescu”
Ediția a IV-a, 20 mai 2017
Clasa a VII-a
BAREM

Subiectul I (12x5p = 60 puncte)

1) 84; **2)** x=4 **3)** x=1 **4)** a+b=15 **5)** $\sqrt{5}$ +1 **6)**$9\sqrt{3}$**7)** -64 **8)** 0 **9)**$4\sqrt{3}$ **10)** $\frac{3}{5}$ **11)** $10\sqrt{2}$ **12)** $2\sqrt{7}$

Subiectul II (30 puncte)

1.Rombul ABCD are $m(\sphericalangle BAD) = 60^0$, $AC \cap BD = \{O\}$,iar punctul E este simetricul lui B față de AD.

d) Să se arate că punctele C, D, E sunt coliniare.
e) Dacă $BE \cap AD = \{M\}$ și $OM = 6m$ calculați aria patrulaterului $ABCE$.
f) Dacă$EO \cap BC = \{P\}$ și $AC \cap BE = \{Q\}$ să se demonstreze că $PQ \parallel AB$.

a) Arată că ABDE este romb 3p
Finalizare..2p
b) OM-linie mijlocie înΔABD...2p
$A_{ABCD}=3\cdot A_{ABD}=108\sqrt{3}$...3p
c) Q – centru de greutate al $\Delta ABD \Rightarrow \frac{EQ}{BQ} = 2$..2p
Se aplică Teorema lui Ceva pt ΔEBC și avem $\frac{PC}{BP} = 2$ 2p
Finalizare 1p

2.
d) Prin calcul..5p
e) $(a^2 + b) - (b^2 + a) = (a - b)(a + b - 1) \in Q$...3p

$a + b \neq 1 , a + b - 1 \in Q \rightarrow a - b \in Q, deci\ a\ si\ b\ sunt\ rationale$ 2p

f) $a = \frac{1+\sqrt{n}}{2} ; b = \frac{1-\sqrt{n}}{2}$verifica (1)..5p