INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ „MARIAN ŢARINĂ”

Ediţia a XV-a, 8– 9 MAI 2015

CLASA a IV-a

PROBLEMA 1

Un gospodar are în curte găini şi iepuri, în total 30 de capete şi 84 de picioare. Săptămânal, pentru hrana unei păsări sunt folosite, în medie, 500 g de grăunțe, iar pentru hrana unui iepure de 4 ori mai mult. Kilogramul de grăunțe costă 4 lei. Cât plătește gospodarul pe grăunțele consumate de animale în 4 săptămâni?

PROBLEMA 2

La un concurs de matematică au fost date 40 de probleme pentru care se acordau 10 puncte pentru problema corectă şi se penalizează cu 4 puncte problemele rezolvate greşit. Dacă Mihai obţine 120 de puncte, precizaţi câte probleme corecte a făcut.

PROBLEMA 3

La începutul anului şcolar, un elev sârguincios a împrumutat de la biblioteca C.N.M.V. 11 culegeri de matematică și 16 cărți de literatură. Săptămânal, el predă bibliotecii 2 cărți. Dacă predă 2 cărți de același fel (ambele de literatură sau ambele de matematică) mai împrumută o carte de literatură, iar dacă predă o culegere de matematică și o carte de literatură, împrumută o culegere de matematică. Care este ultima carte cu care rămâne elevul?

PROBLEMA 4

NUMERE CIVILIZATE

Un număr care nu se împarte exact la niciuna din cifrele sale se numește civilizat (precizăm că niciun număr nu se împarte la 0).

a) Arătați că numerele 52 și 354 nu sunt civilizate.

b) Claudiu și Diana au găsit două numere civilizate care înmulțite dau tot un număr civilizat. Reconstituiți înmulțirea găsită de cei doi copii (steluțele înlocuiesc cifre).

$$\begin{array}{r} 23* \times \\ *9 \\ \hline **** \end{array}$$

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ „MARIAN ŢARINĂ”
Ediţia a XV-a, 8– 9 MAI 2015

CLASA a V-a

PROBLEMA 1

Să se arate că numărul: A = 4031 + 2 + 6 + 10 + … + 8058 se poate scrie ca sumă de două pătrate perfecte consecutive de numere naturale.

PROBLEMA 2

Calculaţi $(a-b)(a+b)^2$ ştiind că $a,b \in \mathbb{N}^*$ şi

$$\frac{a}{b}+\frac{a+1}{b+1}+\frac{a+2}{b+2}+\cdots+\frac{a+2014}{b+2014}=2015.$$

PROBLEMA 3

a) Determinaţi cifrele a şi b, ştiind că $\overline{ab3}=3^{a+b-1}$.

b) Determinaţi cifrele a, b, c ştiind că: $\overline{aa0}+3\cdot\overline{b0}=\overline{ccc0}$.

(Numerele sunt scrise în baza 10).

PROBLEMA 4

Mulţimea numerelor naturale se împarte în submulţimi astfel: {0}; {1, 2}; {3, 4, 5}; {6, 7, 8, 9}; …, unde prima submulţine conţine primul număr natural, a doua submulțime conține următoarele două numere naturale şi aşa mai departe. Determinaţi:

a) Cu ce număr natural începe cea de-a 50 – a submulțime;

b) Suma elementelor celei de-a 50 – a submulţimi;

c) Suma elementelor primelor 50 submulţimi.

Timp de lucru 3 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ „MARIAN ŢARINĂ”

Ediţia a XV-a, 8– 9 MAI 2015

CLASA a VI-a

PROBLEMA 1

a) Suma a trei numere naturale nenule este 345. Dacă primele două valori sunt direct proporționale cu 0,(3) respective 1,(6) iar ultimele două valori sunt invers proporționale cu 3 respectiv 9, să se determine numerele.

b) Se consideră numărul $a = \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+2015}$.
Arătați că numărul a este subunitar și precizați valorile lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care numărul $b = (1-a)^n \cdot 63^n \in \mathbb{N}$.

PROBLEMA 2

Să se afle numerele natural x și y, știind că $1^x + 2^x + 3^x + \cdots + 3133^x = 56^y - 3$

PROBLEMA 3

Se consideră triunghiul ABC și punctul O mijlocul segmentului [BC], iar AB >AC. Fie (AD bisectoarea unghiului A, $D \in (BC)$. Perpendiculara din O pe bisectoarea (AD intersectează laturile AC și AB înpunctele E, respective F.

a) Demonstrați că [BF] ≡ [CE].
b) Calculați raportul dintre lungimile segmentelor AM și NE, unde punctele M și N sunt mijloacele segmentelor [AB] respectiv [AC].

PROBLEMA 4

Fie ABC un triunghi echilateral, M mijlocul laturii [BC] și D ∈ (AM) astfel încât AM+MD=AB. Să se determine unghiul $\widehat{DBM}$.

Timp de lucru 3 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ „MARIAN ŢARINĂ”

Ediţia a XV-a, 8– 9 MAI 2015

CLASA a VII-a

PROBLEMA 1

Se consideră patru pătrate cu laturi de lungimi egale cu a, b, c, d. Să se demonstreze că media aritmetică a celor patru valori este cel mult egală cu suma tuturor rapoartelor dintre ariile şi perimetrele oricăror trei dintre pătrate.

PROBLEMA 2

Numerele x, y, z sunt numere natural cu proprietatea că $x<y<z$. Dacă x, y, z sunt direct proporţionale cu trei numere naturale consecutive în câte moduri diferite poate fi scris numărul 180 sub forma x + y + z?

PROBLEMA 3

În triunghiul ABC se consideră mediana [BB’], B’$\in$[AC]şi punctul E mijlocul medianei. Dreapta AE intersectează pe [BC] în punctul D.

a) Calculaţi raportul $\frac{BD}{DC}$.
b) Demonstraţi că DG || AB, unde G este centrul de greutate al triunghiului.
c) Dacă aria triunghiului BDE este de 20 cm^2 , calculaţi aria triunghiului ABC.

PROBLEMA 4

Linia mijlocie a ΔABC paralelă cu latura BC intersectează cercul circumscris triunghiului în B’ și C’. Să se determine lungimea segmnetului B’C’ în funcție de laturile ΔABC.

Timp de lucru 3 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
ȘI INFORMATICĂ „MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a XV-a, 8– 9 MAI 2015

CLASA a VIII-a

PROBLEMA 1

Se dau A ,B, C, D patru puncte necoplanare.

a) Fie $L \in [AD]$, $M \in [BD]$ și $N \in [CD]$ astfel încât $(LMN) \nparallel (ABC)$. Notând $LM \cap AB = \{P\}$, $LN \cap AC = \{Q\}$ și $MN \cap BC = \{R\}$ să se arate că punctele P, Q, R sunt coliniare.

b) Fie A’ , B’, C’ proiecțiile lui D pe dreptele BC, AC respective AB.
Să se arate că $C'A^2 + A'B^2 + B'C^2 = C'B^2 + A'C^2 + B'A^2$.

c) Să se arate că proiecția lui D pe planul (ABC) este ortocentrul triunghiului ABC dacă și numai dacă $AB \perp CD$ și $BC \perp AD$.

PROBLEMA 2

Să se demonstreze că:

$$\frac{10}{\sqrt{11^{11}}} + \frac{11}{\sqrt{12^{12}}} + \cdots + \frac{2014}{\sqrt{2015^{2015}}} + \frac{2015}{\sqrt{2016^{2016}}} > \frac{1}{10!} - \frac{1}{2016!}$$, unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$.

PROBLEMA 3

Fie VABCD o piramidă patrulateră regulată. Punctul M e mijlocul înălțimii [VO] a piramidei, punctul N e mijlocul segmentului [BM] iar $P \in (AO)$ astfel încât AP=3PO și $BM \cap VD = \{R\}$.

a) Arătați că $\frac{BN}{BR} = \frac{3}{8}$.

b) Arătatați că PN || (VDC) .

PROBLEMA 4

Să se demonstreze că pentru orice numere reale pozitive a, b, c are loc inegalitatea

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c} \geq \frac{15}{2}.$$

În ce condiții are loc egalitatea?

Timp de lucru 3 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.