

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„PETRU MOROSAN - TRIDENT”

EDIȚIA a V-a, BRĂILĂ, 23-25.11.2007

CLASA a VIII-a

1. Demonstrați:

$$\sqrt{\frac{x(y+z)}{3}} + \sqrt{\frac{y(x+z)}{3}} + \sqrt{\frac{z(x+y)}{3}} \leq \frac{5}{6}(x+y+z)$$

$$\forall x, y, z \geq 0$$

În ce caz avem egalitate?

2. Se dă cubul  $[ABCD A' B' C' D']$ . Fie  $M$  mijlocul segmentului  $[D' C']$  și  $N$  mijlocul lui  $[BC]$ .

a) Aflați mărimea cubului știind că aria triunghiului  $AMN$  este  $32\sqrt{29}$  cm.

b) Calculați sinusul unghiului dintre dreptele  $A' C'$  și  $AN$ .

c) Arătați că  $A', C$  și centrul de greutate al triunghiului  $DBC'$  sunt coliniare.

3. Se arată că pentru orice număr natural  $a$ , numărul

$$\sqrt{\frac{2007^2 + a^2}{6}}$$
 este număr rațional.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii  
Timp de lucru: 2 ore