CLASA a VII-a BAREM

1. a) Pentru m=9 şi p=2 trebuie demonstrat că $7 \mid 9n + 2q \Rightarrow 7 \mid 9q + 2n$.

$7 \mid 9n + 2q$ şi $7 \mid 7n \Rightarrow 7 \mid 2q + 2n$. $7 \mid 2q + 2n$ şi $7 \mid 7q \Rightarrow 7 \mid 9q + 2n$. 3p

b) $m - p \mid (m - p)(q - n)$ $m - p \mid mq + np - mn - pq$

$$\left.\begin{aligned} &m-p \mid (mq+np)-(mn+pq) \\ &m-p \mid mn+pq \end{aligned}\right\} \Rightarrow m-p \mid mq+np$$ 4p.

2. a) $b = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{120}$ 2p

$a + b = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)+...+\left(\frac{119}{120}+\frac{1}{120}\right)=\underbrace{1+1+1+...+1}_{60 deori}=60$ 1p $\frac{a+b}{2}=30$ 1p

b) $\frac{\sqrt{12+6\sqrt{3}}+\sqrt{19+8\sqrt{3}}-\sqrt{16-8\sqrt{3}}}{2a+1}=\frac{3+\sqrt{3}+4+\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2}{2a+1}=\frac{9}{2a+1}$.

$2a+1\in\{-9,-3,-1,1,3,9\}\Rightarrow a\in\{-5,-2,-1,0,1,4\}$. 3p

3. a) Din ipoteză avem $\frac{AD}{BD}=\frac{CE}{AE}$. Aplicând teorema lui Thales obţinem $\frac{CE}{AE}=\frac{BF}{FA}$ 1p

Din cele două relaţii obţinem $\frac{AD}{BD}=\frac{BF}{FA}$ 1p

$\Rightarrow \frac{AD}{AD+DB}=\frac{BF}{BF+FA}$ 1p

$\Rightarrow$ AD = BF, deci segmentele AB şi DF au acelaşi mijloc 1p

b) dacă M, N, şi P sunt respectiv mijloacele segmentelor AB, AC şi DE atunci

$MN \parallel EF$ 1p $MP \parallel EF$ 1p Finalizare 1p

4. [AD bisectoarea unghiului A $\Rightarrow \frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{BD}{AB}=\frac{DC}{AC}$. 2p

[AE bisectoarea unghiului BAD $\Rightarrow \frac{BE}{DE}=\frac{AB}{AD}\Rightarrow\frac{BE}{AB}=\frac{DE}{AD}$. 2p

Scădem relaţiile $\frac{BD}{AB}-\frac{BE}{AB}=\frac{DC}{AC}-\frac{DE}{AD}\Rightarrow\frac{DE}{AB}=\frac{DC}{AC}-\frac{DE}{AD}\Rightarrow\frac{DE}{AB}-\frac{DE}{AD}=\frac{DC}{AC}$. 2p

Finalizare 1p

CLASA a VIII-a

1. Relația este echivalentă cu $\sqrt{x^2+(y-1)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}=2\sqrt{2}$ 2p
   $\sqrt{2(y-1)^2}+\sqrt{2(y-3)^2}=2\sqrt{2}$ .... 2p.
   $\sqrt{2}(|y-1|+|y-3|)=2\sqrt{2}$ ……….1p.
   $y\in[1;3]$ deci $|y-1|=y-1$, iar $|y-3|=3-y$, și finalizare ……….2p.
2. Ridicând prima relație la pătrat si combinând cu a doua obținem xy+xz+yz=0 ……….2p.
   $xy=-z(x+y)$ deci $\frac{x\cdot y}{x+y}=-z$, ...2p.
   Relațiile analoage și sumarea lor cu obținerea rezultatului ....3p.
3. a) relația este echivalentă cu $4xyz\leq(x^2+yz)(y+z) \Leftrightarrow x^2y+x^2z+y^2z+yz^2-4xyz\geq0$ .... 2p.
   $y(x-z)^2+z(x-y)^2\geq0$, relație adevărată (numerele sunt pozitive) .... 2p.
   Obs. Se poate aplica inegalitatea mediilor pentru x^2 și yz respectiv y și z și înmulțirea celor 2 relații.
   b) se aplică puntul a) si se insumează relațiile. .... 3p.
4. a) Calculul lui BM ca inălțime în triunghiul echilateral ABC și SM ca înălțime în triunghiul SAC 1p.
   T.Pitagora în triunghiul SMB, cu obținerea relației $b=a\sqrt{2}$ 2p.
   b) demonstrarea faptului că $CS\perp(SAB)$ 1p.
   $MN\perp(SAB)$, (N mijlocul (AS), MN linie mijlocie…), MN=a/2 1p.
   c) deteminarea unghiului MSA și $\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2p.