

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

**OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA**

12 februarie 2011
Clasa a V-a

SUBIECTUL 1

- a) Verificați egalitatea: $7^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 6^2) = 2009$.
b) Arătați că există $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, distincte, astfel încât: $a^2 + b^2 + c^2 + 2d^2 = 2011$.

Prof. Daniel Cojocaru

SUBIECTUL 2

Arătați că numerele: $a = 3^n \cdot 5^{n+1} + 3$ și $b = 3^{n+1} \cdot 5^n + 2$ sunt prime între ele .

Prof. Gheorghe Ștefana

SUBIECTUL 3

Se consideră șirul de numere naturale: 4; 7; 10; 13; 16; ...

- a) Calculați diferența dintre al 2011-lea termen al șirului și al 201-lea termen al șirului.
b) Calculați suma primilor 2011 termeni ai șirului divizibili cu 5.

Prof. Iuliana Trașcă

SUBIECTUL 4

Determinați a și b dacă $\overline{ab} + a + b = n^2$, $n \in \mathbb{N}$.

G.M. 5/2005

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

OLIMPIADA DE MATEMATICA FAZA LOCALA

12 februarie 2011
Clasa a VI-a

SUBIECTUL 1

Fie $a = \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{77 \cdot 80}$ și $b=260$. Dacă $x = \frac{b}{a}$, aflați numărul divizorilor lui x .

Prof. Ioana Nițu

SUBIECTUL 2

Să se arate că fracția $\frac{2011^n \cdot 2012^{n+1} + 2011}{2011^{n+1} \cdot 2012^n + 2010}$ este ireductibilă oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

Prof. Ion Neață

SUBIECTUL 3

Fie unghiurile adiacente ABC și CBD, iar semidreptele [BM], [BF], [BE] bisectoarele unghiurilor CBD, ABC respectiv CBM. Știind că unghiul MBE este dublul unghiului ABF iar suma dintre triplul unghiului EBF și unghiul ABC este 165° . Să se afle:

- măsurile unghiurilor ABC și CBD.
- justificați dacă unghiul ABM este drept.
- sunt semidreptele [BA] și [BD] opuse?

Prof. Victoria Negrilă

SUBIECTUL 4

Un pătrat de latură x este format din 4016016 pătrate mai mici, de latură y .

- Înlăturând 4007 pătrate mici, rămâne un pătrat cu aria egală cu 4006^2 cm^2 . Aflați y .
- Pătratele mici, numerotate cu numere naturale de la 1 la 2004^2 , se vopsesc în alb și albastru, după regula: cu alb se vopsesc cele numerotate cu numerele de forma 2^n , $n \in \mathbb{N}$, iar restul cu albastru. Câte pătrate albastre există ?

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

OLIMPIADA DE MATEMATICA FAZA LOCALA

12 februarie 2011
Clasa a VII-a

SUBIECTUL 1

Se consideră numărul $A=n^3-3n+2$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- Să se arate că: $A=(n+2) \cdot (n-1)^2$.
- Dacă $d=(n+2, (n-1)^2)$, să se arate că $d \in \{1, 3, 9\}$. Notația $d=(a, b)$ reprezintă c.m.m.d.c. al numerelor a și b .
- Să se determine $n \in \mathbb{N}$ pentru care $7|A$.

Prof. Daniel Cojocaru

SUBIECTUL 2

Determinați $x, y \in \mathbb{N}^*$ numere naturale astfel încât: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2011}$.

Prof. Marilena Nuță

SUBIECTUL 3

Fie trapezul ABCD, $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AB=2AD=2CD$, M mijlocul lui [AB],
 $\{N\}=[AC] \cap [DM]$, $\{P\}=[MC] \cap [BD]$.

- Stabiliți natura triunghiului ABC.

- Arătați că $A_{\Delta PMB} = \frac{A_{ABCD}}{6}$

Prof. Gheorghe Ștefana

SUBIECTUL 4

Fie triunghiul dreptunghic ABC, $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $D \in (BC)$,
 $M \in (AD)$, $N \in (BD)$. MN este paralelă cu AB dacă și numai dacă $\sphericalangle BAN = \sphericalangle ACM$

Prof. Ion Neață

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

OLIMPIADA DE MATEMATICA FAZA LOCALA

12 februarie 2011

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1

Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația: $4044121\{x\}^2 - 2011x - 2011\{x\} + 2011 = 4038090[x] + 2010$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a lui x , iar $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x .

Prof. Iuliana Trașcă

SUBIECTUL 2

Dacă $x, y \in \mathbb{Q}^*$ și $|x| + \frac{25}{|x|} + 4|y| + \frac{1}{16|y|} \leq |5 - 2\sqrt{6}| + |4 - 2\sqrt{6}| + 10$,

atunci $8 \cdot \sqrt{2011 \left(x^2 - y^2 + \frac{103}{16} \right)} \in \mathbb{N}$

Insp. șc. de specialitate, prof. Aurelia Stanciu

SUBIECTUL 3

Fie ABCD un paralelogram, M un punct exterior planului (ABC), $AC \cap BD = \{O\}$, dacă $m(\sphericalangle AMC) = 90^\circ$, atunci $AC^2 + BD^2 \geq (MB + MD)^2$

Prof. Ion Neață

SUBIECTUL 4

Fie pătratul ABCD și rombul ABEF situate în plane perpendiculare cu $AB = AE = a$.

- Aflați aria triunghiului DEF.
- Comparați distanța de la punctul de intersecție al dreptelor CF și DE la planul pătratului respectiv la planul rombului.
- Calculați o funcție trigonometrică a unghiului dintre dreptele AE și BD.

Prof. Victoria Negrilă

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.