

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 17.02.2007
CLASA a VIII-a

SUBIECTUL I

Fie numerele reale x, y, z, a, b, c astfel încât au loc simultan relațiile:

1) $x+y+z=a+b+c$

2) $x+a=y+b=z+c$

3) $x^2+a^2=y^2+b^2=z^2+c^2$

Demonstrați că: a) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 + b^2 + c^2$

b) $x^3 + y^3 + z^3 = a^3 + b^3 + c^3$

Elena Boghe

SUBIECTUL II

Arătați că: $\frac{x^2}{x-1} + \frac{y^2}{y-1} \geq 8, (\forall)x, y \in (1; +\infty)$.

Damian Marinescu

SUBIECTUL III

Pe planul triunghiului ABC cu $AB=a, AC=a\sqrt{2}, m(\sphericalangle A)=90^\circ$ se ridică perpendiculara $CD=a\sqrt{3}$. Determinați:

a) Distanța de la punctul A la BD;

b) Tangenta unghiului dintre planele (ABD) și (BCD).

Damian Marinescu

SUBIECTUL IV

Fie planul π și M un punct exterior planului. Două semidrepte, duse prin M și perpendiculare în M, intersectează planul π în A și B. Fie α și β măsurile unghiurilor formate de dreptele MA și MB cu planul π .

Demonstrați că $\pi \perp (MAB)$ dacă și numai dacă $\sin \alpha = \cos \beta$.

Călin Burdușel

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este cotate cu 7 puncte..

Timp de lucru: 3ore.