CONCURSUL DE MATEMATICĂ „OLIMPIC PENTRU O ZI” EDIŢIA a XII – a Iaşi – 18 octombrie 2014

Subiecte clasa a V – a

Subiectul I (40 puncte)

1. ***(30 puncte) Să se afle numerele naturale*** a ***şi*** b ***ştiind că:***
   $a+b=75+(2000-87\times 12):4$ ***şi***
   $100-[25+5\times(a-b):7]=5$.
2. ***(10 puncte) Aflaţi un număr natural care, la împărţirea cu un număr natural de o cifră, dă restul 8 şi câtul cu 17 mai mare decât sfertul restului.***

Subiectul II (30 puncte)

La aprozar s-a adus într-o zi o cantitate de mere cu preţul de 4 lei kilogramul. A doua zi s-au mai adus mere de acelaşi fel şi la acelaşi preţ în valoare de 420 lei. Astfel, întreaga cantitate de mere din aprozar a devenit de 4 ori mai mare decât era în prima zi.

a) Câte kilograme de mere s-au adus a doua zi?
b) Câte kilograme de mere s-au adus în prima zi?
c) Ce sumă s-ar încasa din vânzarea merelor aduse în cele două zile?

Subiectul III (20 puncte)

Fie următorul tablou de numere care conţine 15 linii:

linia 1	*1*
linia 2	*3 5*
linia 3	*7 9 11*
linia 4	*13 15 17 19*
………..	………………………………..
linia 15	……………………………………….

a) Calculaţi suma numerelor de pe linia 6.
b) Calculaţi suma tuturor numerelor de pe cele 15 linii ale tabloului.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.
- Se acordă **10 puncte** din oficiu.

Barem clasa a V – a

Subiectul I (40 puncte)

1) **Calculează şi obţine** $a+b=314$ **……………………….. 12 puncte**
   Obţine $a-b=98$ **…………………….……………….…. 8 puncte**
   Determină $a=206$ ***şi*** $b=108$ **…....…………………… 10 puncte**

2) **Scrie** $D=\hat{I}\times C+R,\ 0\leq R<\hat{I}$ **……………………..…….. 3 puncte**
   Observă că $\hat{I}=9$ **……………………..…………………. 2 puncte**
   Află $C=19$ **……………………..…………..……….…. 2 puncte**
   Află $D=179$ **……………………...…..………..………. 3 puncte**

Subiectul II (30 puncte)

a) Calculează $420:4=105\text{Kg}$ **………………...............…… 5 puncte**
b) Observă că 3 părţi $=105$ **……….…..……………..………. 10 puncte**
Obţine cantitatea de mere din prima zi: 35 Kg **………….. 5 puncte**
c) Calculează suma totală : 560 lei **……………..………… 10 puncte**

Subiectul III (20 puncte)

a) **Găseşte numerele de pe linia 6: 31, 33, 35 ,37, 39, 41 .... 5 puncte**
   Obţine suma numerelor egală cu 216 .... 5 puncte
b) **Găseşte regula de formare a liniilor .... 2 puncte**
   Obţine linia 15: 211, 213, 215, ... , 239 .... 3 puncte
   Calculează suma: $1+3+5+...+239=14400$ .... **5 puncte**

Oficiu .... 10 puncte
Total .... 100 puncte

Observaţie

Orice altă metodă corectă de rezolvare este admisă.

CONCURSUL JUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
“OLIMPIC PENTRU O ZI”
EDIŢIA a XII – a
18. X. 2014
clasa a VI - a

SUBIECTUL I

1.) (**10 puncte**) Fie mulţimile: $A=\{x/\ \overline{27x}\vdots 2\}$ şi $B=\{y/\ 3|\overline{5y}\}$.

i.) (**3 puncte**) Enumeraţi elementele mulţimii A;

ii.) (**3 puncte**) Enumeraţi elementele mulţimii B;

iii.) (**2 puncte**) Calculaţi $A\bigcup B$;

iv.) (**2 puncte**) Calculaţi $A\bigcap B$.

2.) (**10 puncte**) Calculaţi:

$$(27^5 : 9^6 + 2^{10} \cdot 3^{10}) : [(2^2 \cdot 3)^{15} : (2^{20} \cdot 3^5) + 27].$$

3.) (**10 puncte**) Determinaţi numerele naturale ce satisfac inegalitatea:

$$2,1\cdot(x+4,5)\le 7,2\cdot 2,1$$

SUBIECTUL II (30 puncte)

Un grup de 100 de copii aflaţi într-o tabără se aşează unul după altul şi îşi ataşează numere pe tricou în felul următor : primul copil va purta numărul 11, al doilea numărul 21, al treilea numărul 31, ş.a.m.d.

a.) (**10 puncte**) Al câtelea copil are pe tricou numărul 111?

b.) (**10 puncte**) Ce număr va purta pe tricou al 95-lea copil?

c.) (**10 puncte**) Care este suma numerelor atașate tricourilor celor 100 de copii?

SUBIECTUL III

Un vas în formă de cub cu lungimea muchiei de 1m este plin cu apă. Se golește toată apa din vasul cubic într-un vas în formă de paralelipiped dreptunghic care are înălțimea de 10 dm, iar dimensiunile bazei de 25 dm și de 8 dm.

a.) (**10 puncte**) Desenați, pe foaia de concurs, un cub și un paralelipiped dreptunghic;

b.) (**10 puncte**) Calculați câți litri de apă sunt în vasul cubic.

c.) (**10 puncte**) Calculați înălțimea (metri) la care se ridică apa în vasul paralelipipedic.

(Evaluarea Națională – 2011).

NOTĂ

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 2 ore.

Se acordă **10 puncte** din oficiu.

clasa a VI – a
BAREM DE CORECTARE

Subiectul I (30 puncte)

1.i.)	$A = \{0,2,4,6,8\}$	3 puncte
1.ii.)	$B = \{1,4,7\}$	3 puncte
1.iii.)	$A \cup B = \{0,1,2,4,6,7,8\}$	2 puncte
1.iv.)	$A \cap B = \{4\}$	2 puncte
	TOTAL	**10 puncte**
2.)	$27^5 : 9^6 = 3^3$	2 puncte
	$2^{10} : 3^{10} = 6^{10}$	1 punct
	prima paranteză rotundă = $3^3 + 6^{10}$	1 punct
	$(2^2 \cdot 3)^{15} = 2^{30} \cdot 3^{15}$	1 punct
	operația dintre paranteze = $2^{10} \cdot 3^{10}$	3 puncte
	paranteza […] = $6^{10} + 3^3$	1 punct
	Finalizare : … = 1	1 punct
	TOTAL	**10 puncte**
3.)	$2{,}1 \cdot (x + 4{,}5) \leq 7{,}2 \cdot 2{,}1 \Leftrightarrow (x + 4{,}5) \leq 7{,}2$	4 puncte
	$x + 4{,}5 \leq 7{,}2 \Leftrightarrow x \leq 2{,}7$	3 puncte
	Finalizare : $x \leq 2{,}7; x \in N \Rightarrow x \in \{0,1,2\}$	3 puncte
	TOTAL	**10 puncte**

Subiectul II (30 puncte)

a.) $111 = 11 \cdot 10 + 1$	5 puncte
Finalizare : al 11-lea copil	5 puncte
TOTAL	**10 puncte**
b) $95 \cdot 10 + 1 = 951$	10 puncte
TOTAL	**10 puncte**
c) 11+21+31+.......+1001 =	2 puncte
= 10+1+20+1+30+1+....1000+1 =	2 puncte
$= 10 \cdot (1+2+.....100) + \underbrace{(1+1+.....+1)}_{\text{100 de ori}} =$	2 puncte
$= 10 \cdot \frac{100 \cdot 101}{2} + 100 =$	2 puncte
$= 500 \cdot 101 + 100 =$	1 punct

Observație !

Orice altă metodă corectă de rezolvare se punctează atât parțial cât și total.

Finalizare: = 50500+100=50600	1 punct
TOTAL	**10 puncte**

Subiectul III (30 puncte)

a.)	Desenează un cub	5 puncte
	Desenează un paralelipiped dreptunghic	5 puncte
TOTAL		**10 puncte**
b.)	$V_{cub} = 1m^3$	4 puncte
	$1m^3 = 1000dm^3$	2 puncte
	$1dm^3 = 1l$	2 puncte
	Finalizare: $= 1000l$	2 puncte
TOTAL		**10 puncte**
c.)	Notăm: h = înălțimea la care se ridică apa în vasul paralelipipedic	1 punct
	$V_{apa} = 25 \cdot 8 \cdot h = 1000dm^3$	4 puncte
	$h = 5dm$	4 puncte
	Finalizare: $h = 0{,}5m$	1 punct
TOTAL		**10 puncte**

Observație !

Orice altă metodă corectă de rezolvare se punctează atât parțial cât și total.

CONCURSUL JUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
"OLIMPIC PENTRU O ZI"
EDIŢIA a XII – 18. X. 2014
clasa a VII - a

SUBIECTUL I

a) (15 puncte) Determinaţi numărul natural n care îndeplineşte condiţia:

$$(1+2+3+...+n)+2^{10}=2014.$$

b) (15 puncte) Fie numerele raţionale pozitive

$$a=\frac{1}{3}+\frac{3}{5}+\frac{5}{7}+..........+\frac{2007}{2009}$$

$$b=\frac{2}{3}+\frac{2}{5}+\frac{2}{7}+..........+\frac{2}{2009}.$$

Arătaţi că $\frac{a+b}{4}\in N$.

SUBIECTUL II

a) (20 puncte) Mama le împarte celor trei copii, Andrei, Bianca şi Ciprian, o tabletă de ciocolată de formă dreptunghiulară, ca recompensă pentru lucrul suplimentar la matematică. Dimensiunile tabletei sunt exprimate prin două cifre pare consecutive a căror produs este un multiplu de 12 mai mic decât 30. Fiecare copil primeşte un număr de "pătrăţele" de ciocolată direct proporţional cu numărul de teste rezolvate. Ştiind că Andrei, Bianca şi Ciprian, au rezolvat numere consecutive de teste, iar Bianca a rezolvat de două ori mai multe teste ca Andrei dar mai puţine decât Ciprian, aflaţi câte "pătrăţele" de ciocolată a primit fiecare.

b) (10 puncte) Din totalul elevilor unei şcoli 70% participă la cercul de matematică şi 45% la cercul de informatică. Fiecare elev participă la cel puţin un cerc şi 42 elevi participă la ambele cercuri. Câţi elevi sunt în şcoala.

SUBIECTUL III

Fie paralelogramul ABCD, cu $AB=4cm$, $AD=3cm$ şi $AC\cap BD=\{O\}$. Se notează cu M, N, P, Q simetricele punctului O faţă de A, B, C, D.

a) (10 puncte) Realizaţi figura corespunzătoare.

b) (10 puncte) Stabiliţi natura patrulaterului MNPQ.

c) (10 puncte) Calculaţi perimetrul patrulaterului MNPQ.

NOTĂ

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 2 ore.
Se acordă **10 puncte** din oficiu.

clasa a VII - a

SUBIECTUL I

a) Calculează $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$ … … … … … … … … … … … … … … **5 puncte**

Efectuează $2014-2^{10}$ … … … … … … … … … … … … … … … … … … … **3 puncte**

Determină $n(n+1)=1980$ … … … … … … … … … … … … … … … … … **4 puncte**

Finalizare: Determină $n=44$ … … … … … … … … … … … … … … … … … **3 puncte**

b) Observă gruparea $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)+..........+\left(\frac{2007}{2009}+\frac{2}{2009}\right)$ … … … … **5 puncte**

Determină numărul de termeni și calculează $a+b=1004$ … … … … … … **5 puncte**

Arată că $\frac{a+b}{4}=251\in N$ … … … … … … … … … … … … … … … … … **5 puncte**

TOTAL **30 puncte**

SUBIECTUL II

a) Determină dimensiunile tabletei de ciocolată … … … … … … … … … … … … **5 puncte**

Determină numărul total de "pătrăţele" de ciocolată … … … … … … … … … **3 puncte**

Determină numărul de teste rezolvate de fiecare copil

(Andrei 1, Bianca 2, Ciprian 3) … … … … … … … … … … … … … … … … … **6 puncte**

Finalizare: Află câte "pătrăţele" de ciocolată a primit fiecare

(Andrei 4, Bianca 8, Ciprian 12) … … … … … … … … … … … … … … … … … **6 puncte**

b) Calculează $70\%x+45\%x=115\%x$ … … … … … … … … … … … … … … **2 puncte**

Calculează $115\%x-100\%x=15\%x$ … … … … … … … … … … … … … … … **2 puncte**

Calculează $15\%x=42$ … **3 puncte**

Finalizare: $x=280$ … **3 puncte**

TOTAL **30 puncte**

SUBIECTUL III

a) Construieşte simetricele … … … … … … … … … … … … … … … … … … **4*2 puncte**

Finalizare: Realizează figura corectă … … … … … … … … … … … … … … **2 puncte**

b) Demonstrează că MNPQ este paralelogram … … … … … … … … … … … **10 puncte**

c) Găseşte dimensiunile paralelogramului … … … … … … … … … … … … … **5 puncte**

Finalizare: Calculează perimetrul P=28cm … … … … … … … … … … … … **5 puncte**

TOTAL **30 puncte**

Observaţie: Orice altă metodă de rezolvare se punctează atât parţial cât şi total!

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
„OLIMPIC PENTRU O ZI”
EDIŢIA a XII – a
Iaşi – 18 octombrie 2014
Subiecte clasa a VIII – a

Subiectul I (30 puncte)

a) Aflaţi x din egalitatea: $9^{6x} + 81^{3x} + 27^{4x} = 243^5$.

b) Fie numărul $A = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + ... + \frac{\sqrt{2014}-\sqrt{2013}}{\sqrt{2014 \cdot 2013}}$. Să se arate că $0 < A < 1$.

Subiectul II (30 puncte)

Fie a,b,c,d lungimile laturilor a patru pătrate, iar x,y,z,t perimetrele lor. Ştiind că ariile lor sunt proporţionale cu numerele $441, 1296, 1681$ şi 2809, iar media aritmetică a numerelor $x,y,z,t,10,12,14,...,292$ este 151, să se afle a,b,c,d.

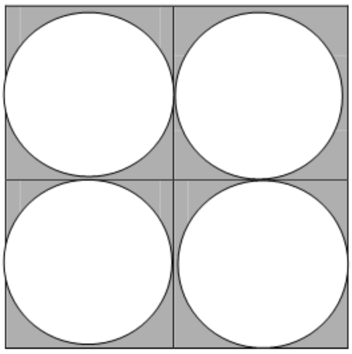
Subiectul III (30 puncte)

Un grădinar a împărţit terenul său, în formă de pătrat cu latura de 8 m, în patru pătrate egale. În fiecare din aceste patru pătrate a înscris un cerc şi apoi a sădit flori în interiorul fiecărui cerc. Pe terenul rămas, grădinarul a însămânţat iarbă.

a) Aflaţi aria suprafeţei cu flori.

b) Arătaţi că suprafaţa acoperită cu iarbă este mai mică de $13{,}8 m^2$, ştiind că $3{,}14 < \pi < 3{,}15$.

c) Calculaţi aria patrulaterului cu vârfurile în centrele celor patru cercuri.



Notă:

- ✓ Toate subiectele sunt obligatorii.
- ✓ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.
- ✓ Se acordă **10 puncte** din oficiu.

Barem clasa a VIII – a

Subiectul I (30 puncte)

Rezolvare

a) $\left(3^2\right)^{6x}+\left(3^4\right)^{3x}+\left(3^3\right)^{4x}=\left(3^5\right)^5$ .... ***6 puncte***

$3\cdot 3^{12x}=3^{25}$ .... ***5 puncte***

$12x+1=25 \Rightarrow x=2$ .... ***4 puncte***

b) $A=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+...+\frac{\sqrt{2014}}{\sqrt{2014\cdot 2013}}-\frac{\sqrt{2013}}{\sqrt{2014\cdot 2013}}$ .... ***6 puncte***

$A=1-\frac{1}{\sqrt{2014}}$ .... ***5 puncte***

Finalizare, $0<A<1$ .... ***4 puncte***

Subiectul II (30 puncte)

Rezolvare

$x=4a, y=4b, z=4c, t=4d$ .... ***2 puncte***

$\frac{a^2}{441}=\frac{b^2}{1296}=\frac{c^2}{1681}=\frac{d^2}{2809}$ .... ***3 puncte***

$\frac{a^2}{21^2}=\frac{b^2}{36^2}=\frac{c^2}{41^2}=\frac{d^2}{53^2}$ .... ***4 puncte***

$\frac{x+y+z+t+2\cdot(5+6+7+...+146)}{146}=151$ .... ***5 puncte***

$\frac{x+y+z+t+2\cdot(146\cdot 147:2-10)}{146}=151$ .... ***4 puncte***

$x+y+z+t=146\cdot(151-147)+20$ .... ***4 puncte***

$a+b+c+d=151$ .... ***2 puncte***

$\frac{a}{21}=\frac{b}{36}=\frac{c}{41}=\frac{d}{53}=\frac{a+b+c+d}{151}$ .... ***2 puncte***

Finalizare, $a=21, b=36, c=41, d=53$ .... ***4 puncte***

Subiectul III (30 puncte)

Rezolvare

a) $R=l:4 \Rightarrow R=2m$ .... ***2 puncte***

$A_{flori}=4\cdot A_o$ .... ***2 puncte***

$A_{flori}=4\pi R^2 \Rightarrow A_{flori}=16\pi\, m^2$ .... ***4 puncte***

b) $A_{iarba}=A_{patrat}-A_{flori}$ .... ***2 puncte***

$A_{patrat}=l^2 \Rightarrow A_{patrat}=64m^2$ .... ***3 puncte***

$A_{iarba}=16\cdot(4-\pi)m^2$ .... ***4 puncte***

$3{,}14<\pi<3{,}15 \Rightarrow 13{,}6<A_{iarba}<13{,}76$ .... ***4 puncte***

Finalizare, $A_{iarba}<13{,}8m^2$ .... ***2 puncte***

c) $O_1O_2O_3O_4$ - pătrat .... ***2 puncte***

$O_1O_2=2\cdot R \Rightarrow O_1O_2=4m$ .... ***2 puncte***

$A_{O_1O_2O_3O_4}={O_1O_2}^2$ .... ***2 puncte***

Finalizare, $A_{O_1O_2O_3O_4}=16\, m^2$ .... ***1 punct***