

**Olimpiada de matematică**  
**etapa pe școală – 21.01.2010**

**Clasa a VI-a**

- 3 p 1. a) Calculați  $\frac{a}{b}$ , dacă:  $a = \left[ 1 + 1, (6) - \frac{2}{9} + 5\frac{1}{3} \right] : 1,1(6)$  și
- $$b = \left( 1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \cdot \dots \cdot \left( 1 - \frac{1}{20} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{21} \right)$$
- b) Arătați că numărul natural
- $$n = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2009} + 7^{2010}$$
- este divizibil cu 19
- 2 p 2. Dacă un număr mai mic de 500 de elevi aflați într-o tabără s-ar grupa câte 2, câte 3, câte 4 sau câte 5, atunci de fiecare dată, un elev ar rămâne singur. Dacă s-ar grupa însă câte 7, atunci grupele ar fi complete. Aflați câți elevi sunt în tabără.
- 1,5 p 3. Segmentul  $[AB]$  are lungimea  $6a$ . Punctele C și D sunt situate în interiorul segmentului și  $AC = BD = 4a$ .
- a) Să se calculeze lungimea  $[CD]$
- b) Să se arate că segmentele  $[AB]$  și  $[CD]$  au același mijloc.
- 2,5 p 4. Fie  $AOB$  un unghi alungit și semidreptele  $(OC)$  și  $(OD)$  în același semiplan mărginit de  $AB$ , astfel încât  $(OC)$  este bisectoarea unghiului  $AOD$ , iar  $m(\widehat{AOC})$  este cu  $12^\circ$  mai mare decât  $m(\widehat{BOD})$ .
- a) Aflați  $m(\widehat{AOD})$  și  $m(\widehat{BOC})$
- b) Fie  $(OM)$  bisectoarea unghiului  $BOD$ , iar punctul  $N$  de aceeași parte a dreptei  $OC$  ca și  $A$ , astfel încât  $m(\widehat{CON}) = 90^\circ$ . Arătați că punctele  $M, O, N$  sunt coliniare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă un punct din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

Succes!