

Inspectoratul Școlar Județean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-12 februarie 2011

Clasa a V- a

Subiecte

1. Să se determine numărul natural de două cifre, scris în baza zece, știind că atât suma, cât și diferența dintre acesta și răsturnatul său sunt simultan pătrate perfecte.

Anda Marcu, Ploiesti

2. Veverițele Chip și Deli strâng alune. Chip depozitează alunele în cutii identice iar Deli în borcane identice. 30 de cutii pline conțin tot atâtea alune cât 70 de borcane pline. În timp ce Chip strânge 60 de cutii pline, veverița Deli strânge 90 de borcane pline. Deli strânsese deja 600 de borcane pline cu alune când a început și Chip să strângă alune. Câte cutii trebuie să strângă Chip pentru a avea aceeași cantitate de alune ca și Deli dacă veverița Deli nu face pauză?

Ioana Crăciun și Gheorghe Crăciun, Ploiesti

3. Fie x un număr natural nenul. Pentru orice număr natural $n \geq 2$, numerele a_n și a_{n-1} verifică relația $2a_n = a_{n-1} + x$, iar $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

Să se afle câtul și restul împărțirii numărului $A = S_{2012} + a_{2012} - 2a_1$ la 2011.

Prof. Gh. Bumbăcea, Busteni

4. Aflați câtul și restul împărțirii numărului $7 \cdot 3^{2011}$ la numărul $4 \cdot 3^{2010}$.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

Notă:

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Școlar Județean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-12 februarie 2011

Clasa a VI- a

Subiecte

1. Fie suma :

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2011}$$

a) Demonstrați ca $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{2}$

b) Dacă $0 < x < y < z$, x, y, z numere naturale, demonstrați că $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > \frac{3}{z}$

c) Demonstrați că $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} > \frac{1}{2}$

d) Demonstrați că $S > 5$

Prof. Gabriel Taga, Ploiesti

2. Sa se determine numerele naturale nenule a si b care verifica relatia :

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{b} = 2$$

Prof. Roxana Soare, Ploiesti

3. În jurul punctului O se construiesc n unghiuri astfel încât $m(\angle A_0OA_1) = 1^\circ$;
 $m(\angle A_1OA_2) = 2^\circ$; $m(\angle A_2OA_3) = 3^\circ$, ..., $m(\angle A_{n-1}OA_n) = n^\circ$ si A_nOA_0 , $n \in \mathbb{N}$

a) Care este valoarea maxima a lui n ? ($n \in \mathbb{N}$)

b) Demonstrați că $m(\angle A_5OA_{14}) = 90^\circ$

c) Demonstrați că OA_{18} și OA_{26} sunt semidrepte opuse.

Prof. Viorica Preda, Ploiesti

4. Fie a si b doua numere naturale nenule distincte , astfel incat $31[a, b] = 3a^2 + b^2$, unde
s-a notat cu $[a, b]$ c.m.m.m.c. al numerelor a si b

a) Aratați ca $3b = 2a$

b) Determinați numerele naturale a si b

Prof. Maria si Anton Negrița, Ploiesti

Notă:

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Școlar Județean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-12 februarie 2011

Clasa aVII a

Subiecte

1. Se dau numerele reale:

$$a = \sqrt{250} - \sqrt{50}, \quad b = \sqrt{10} - \sqrt{2}, \quad c = \sqrt{2} - 1$$

a) Găsiți un număr real nenul x astfel încât ax și bx să fie simultan raționale

b) Demonstrați că nu există un număr real y astfel încât by și cy să fie simultan raționale.

Prof Gabriel Țaga, Ploiești

2 Determinați cel mai mic număr natural x , astfel încât numărul

$$N = \frac{2010^{2011} + 2011^{2010} + x}{6}$$
 să fie număr natural.

Prof Magdalena Georgescu și Mihail Focșeneanu, Ploiești

3 Se consideră punctele B,C,D,E pe dreapta d și A nesituat pe d ; notăm aria triunghiului ABC cu c , aria triunghiului ABD cu d și aria triunghiului ABE cu e .
Arătați că :

a. $CD = DE$ dacă și numai dacă $d = \frac{c + e}{2}$.

b. În condițiile de la primul punct , dacă B' , simetricul lui B față de AD, se află pe bisectoarea unghiului ABC, atunci aria patrulaterului $AB'DC$ este e .

Prof Ion Bilciurescu, Ploiești

4. Fie ABCD un pătrat de centru O în care punctul F este mijlocul laturii [CD] , iar E este intersecția dreptelor BD și AF.

Dacă aria pătratului ABCD este $192\sqrt{2}$ cm², aflați aria patrulaterului COEF.

Prof Gheorghe Achim, Mizil

Notă:

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Școlar Județean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-12 februarie 2011

Clasa a VIII a

Subiecte

1. a. Arătați că orice pătrat perfect dă restul 1 sau 0 la împărțirea cu 3.
b. Fie A un număr natural având 2012 cifre dintre care 201 cifre de 0, 201 cifre de 9, 201 cifre de 8, ..., 201 cifre de 2 și restul de cifre egale cu 1. Arătați că \sqrt{A} este un număr irațional.

Prof. Ioana și Gheorghe Crăciun, Ploiești

2. Determinați numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 11 \mid x \text{ și } |2x - 11| \leq 2011\}$.

Prof. Maria și Anton Negrilă

3. Fie triunghiul ABC cu $AB = 14$ cm, $AC = 13$ cm, $BC = 15$ cm și $N \in (BC)$ astfel încât

$$\frac{BN}{NC} = \frac{1}{2}. \text{ Dacă } MN \text{ este perpendiculară pe planul } (ABC) \text{ și } MN = 4 \text{ cm,}$$

calculați :

- a. distanța de la M la AC ;
b. distanța de la N la planul (MAB) .

Prof Ion Tomescu și Ion Lupea

4. În $\triangle ABC$ cu $AC = BC\sqrt{3}$, CH este înălțime, $H \in AB$, iar D este punctul diametral opus lui C în cercul circumscris $\triangle ABC$. Pe dreptele AC și CH se iau punctele E respectiv F astfel încât $C \in (AE)$, $CE = BC$, $C \in (HF)$, $CF = CD$, iar pe perpendiculara în C pe planul (ABC) se ia punctul M astfel încât $MC = AC$.

- a. Demonstrați că triunghiul EFC este dreptunghic în E .
b. Determinați măsura unghiului dintre planele (MAD) și (MEF) .

Prof. Silvia și Ionel Brabeceanu , Plopeni

Notă:

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10