Şcoala cu clasele I-VIII „Regina Maria”
Sibiu, Str. Zaharia Boiu Nr. 1

Concursul interjudeţean de matematică „Regina Maria” ediţia V-a
22 noiembrie 2008
clasa VIII-a

1. a) Arătaţi că $\sqrt{2n+2\sqrt{n^2-1}}=\sqrt{n+1}+\sqrt{n-1}, \forall n\in N^*$

   b)Fie $S_n= 1+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{8}}}+.......+\frac{1}{\sqrt{n+\sqrt{n^2-1}}}, \forall n\in N^*$. Găsiţi cel mai mare număr natural neneul pentru care $S_n< 5\sqrt{2}$.

   c) Demonstraţi că $\frac{3}{\sqrt{2}}\cdot\frac{5}{\sqrt{6}}\cdot\frac{7}{\sqrt{12}}\cdot.......\cdot\frac{201}{\sqrt{10100}}>1+2+2^2+ ....+2^{99}$.

   Prof. Marius Macrea

2. Fie cubul ABCDA’B’C’D’ şi punctele M,N,P,Q astfel încât $M\in(CC')$, $N\in(BC)$, $P\in(AB)$, $Q\in(AA')$.
   a) Arătaţi că dreptele D’M şi AN sunt concurente dacă şi numai dacă C’M=BN.
   b) Dacă NC=CM şi AP=AQ arătaţi că M,N,P,Q sunt coplanare dacă şi numai dacă D,T,B sunt coliniare, unde $\{T\}=PC\cap AN$.

   Prof. Mihai Popa

3. a) Să se afle minimul expresiei $4x^2-4x+7$, $x\in \mathbf{R}$ şi pentru ce valoare a lui x se realizează.

   b) Fiind date numerele reale pozitive x şi y, pentru care $4\left(x\cdot y+\frac{1}{x\cdot y}\right)=17$, determinaţi

   i) minimul expresiei $\left(x+\frac{1}{x}\right)\cdot\left(y+\frac{1}{y}\right)$ şi

   ii) valorile lui x şi y, pentru care este atins acest minim

   Prof. Mihaela Dragoe

4. Pe cercul de centru O şi raza de 6 cm se construiesc diametrele [AB] şi [EF] perpendiculare. Fie D pe arcul mic AE astfel încât măsura arcului AD este de 60°. Construim de aceeaşi parte a planului cercului segmentele AA’=6cm, BB’=x cm EE’=7cm, FF‘=3cm în aşa fel că AA’, BB’, EE’, FF’ sunt perpendiculare pe planul cercului.
   a) Să se calculeze AD.
   b) Să se calculeze tangenta unghiului determinat de dreptele A’F şi BE.
   c) Să se calculeze d(B,(A’AF).
   d) Să se afle x ştiind că punctele A’,B’,E’,F’ sunt coplanare.

   Prof. Pavel Toader

Notă : - Fiecare problemă se notează cu 7 puncte
- Timp de lucru 2 ore.