## ETAPA LOCALĂ SUCEAVA 12 februarie 2011

## CLASA a VII-a

**1.** Determinaţi valorile întregi ale lui $x$ pentru care $\dfrac{\sqrt{\dfrac{2011+x}{2011-x}}+\sqrt{\dfrac{2011-x}{2011+x}}}{\sqrt{\dfrac{2011+x}{2011-x}}-\sqrt{\dfrac{2011-x}{2011+x}}}\in\mathbb{Q}$.

***

**2.** **a)** Calculaţi media geometrică a numerelor $49\sqrt{2}$ şi $8\sqrt{2}$.
**b)** Arătaţi că oricare ar fi numărul natural $k$, există $x, y$ numere naturale nenule, astfel încât media geometrică a numerelor $4^{x^2}$ şi $4^{y^3}$ este $2^{3^{6k+2}}$.

*Huluţă Ecaterina, Suceava*

**3.** Se dă trapezul $ABCD$ în care $m(\angle A)=m(\angle D)=90°$, $[AB]\equiv[AD]$ şi punctul $E\in(AD)$ astfel încât $[AE]\equiv[DC]$. Punctele $M$ şi $N$ sunt mijloacele segmentelor $[AC]$, respectiv $[BE]$. Dacă $[DM]\equiv[MN]$ aflaţi măsura unghiului $ABE$.

*Supliment, G. M. Nr. 11/2010*

**4.** În triunghiul $ABC$, cu $AB\neq BC$, $(BD$ este bisectoarea unghiului $\angle B$ ( $D\in AC$ ) şi paralela la $BD$ prin punctul $E$, mijlocul laturii $[AC]$, intersectează pe $AB$ în $M$ şi pe $BC$ în $N$. Demonstraţi că $[AM]\equiv[CN]$.

***

## CLASA a VIII-a

**1.** **a)** Calculaţi $\left(\dfrac{1}{\sqrt{27}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$. **b)** Rezolvaţi în $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ ecuaţia: $\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}=\dfrac{1}{\sqrt{27}}$.

*Laura Schroder, Câmpulung Moldovenesc*

**2.** Fie $x, y, z, d\in\mathbb{Q}_+^*$ astfel încât $\sqrt{d}\notin\mathbb{Q}$ şi $\dfrac{x\sqrt{d}+y}{y\sqrt{d}+z}\in\mathbb{Q}$. Să se găsească cea mai mică valoare a numărului $a=\dfrac{x+z}{y}$.

***

**3.** Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu dimensiunile $AB=10$ cm, $BC=4$ cm şi $AA'=8\sqrt{3}$ cm, $E\in(AB)$ astfel încât aria $A_{AEC}=14$ cm$^2$.
**a)** Calculaţi $EC$.
**b)** Aflaţi măsura unghiului format de planele $(D'EC)$ şi $(ABC)$.
**c)** Dacă $AA'\cap(D'EC)=\{N\}$, calculaţi $A'N$ şi aria patrulaterului $NECD'$.

*Ispăşoiu Dorel, Gura Humorului*

**4.** Dintr-un punct $A$ exterior unui plan $\alpha$ se duc perpendiculara $OA$ şi oblicele $AB$, $AC$ faţă de acest plan, $O, B, C\in\alpha$. Fie $H$, $H_1$, ortocentrele triunghiurilor $ABC$ şi $OBC$, $[AD]$ şi $[BE]$ înălţimi în triunghiul $ABC$ şi $[BF]$ înălţime în triunghiul $OBC$. Să se arate că:
**a)** $BF\perp(AOC)$; **b)** $HH_1\perp(ABC)$; **c)** $\dfrac{OA}{AD}\cdot\dfrac{DH_1}{H_1B}\cdot\dfrac{BE}{EF}=1$.

***