

Poliedre

Selectii de pe "100 de variante"

<http://sorinborodi.ro>

- @ Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are $AA' = 3\sqrt{5}$ cm, $AB = 6$ cm și $BC = 3$ cm. Fie punctul O mijlocul segmentului BD și punctul M mijlocul segmentului AB .
- Demonstrați că dreptele OM și $A'B$ sunt perpendiculare.
 - Calculați măsura unghiului determinat de dreapta $D'B$ și planul (ABC) .
 - Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele $(A'DM)$ și $(D'DM)$.
- @ Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are $AA' = 8\sqrt{2}$ cm și $BC = 8\sqrt{7}$ cm. Aria patruleterului $ABC'D'$ este egală cu 192 cm².
- Arătați că $AB = 8$ cm.
 - Calculați valoarea tangentei unghiului format de dreptele $A'C$ și AD .
 - Calculați distanța de la punctul D la planul $(A'BC)$.
- @ $SABC$ este o piramidă triunghiulară regulată, de bază ABC . Punctul M este mijlocul muchiei BC , măsura unghiului determinat de dreptele SM și SA este egală cu 90° și $SA = 6\sqrt{2}$ cm.
- Arătați că triunghiul SAC este dreptunghic.
 - Calculați volumul piramidei $SABC$.
 - Fie punctele A și B mijloacele muchiilor SA și respectiv SB , iar P și Q proiecțiile punctelor A' și respectiv B' pe planul (ABC) . Calculați aria triunghiului CPQ .
- @ Piramida triunghiulară $ABCD$ are toate muchiile de lungime a cm, unde a este un număr real pozitiv. Punctul M este mijlocul laturii AC .
- Arătați că dreapta AC este perpendiculară pe planul (MBD) .
 - Calculați aria triunghiului MBD .
 - Calculați distanța de la punctul M la planul (BCD) .
- @ Piramida patruleteră regulată $SPACE$, de bază $PACE$, are muchia bazei $PA = 12$ cm și înălțimea $SO = 6$ cm.
- Calculați volumul piramidei $SPACE$.
 - Știind că punctul M este mijlocul muchiei SP , arătați că dreapta MO este paralelă cu planul (SEC) .
 - Calculați măsura unghiului determinat de planele (SPC) și (SAC) .
- @ Prisma dreaptă $ABCA' B' C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC , are muchia bazei $AB = 4$ cm și aria laterală egală cu 72 cm².
- Arătați că muchia laterală a prisme este de 6 cm.
 - Calculați volumul piramidei a cărei bază coincide cu una din bazele prisme și al cărei vârf este centrul de greutate al celeilalte baze a prisme.
 - Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele AB' și BC' .
- @ În prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ cu baza pătrat, măsura unghiului dintre diagonala $D'B$ și planul (ABC) este de 60° , iar latura bazei $ABCD$ este $AB = 5$ cm.
- Demonstrați că dreptele $D'C$ și AD sunt perpendiculare.
 - Calculați aria laterală a prisme.
 - Fie punctele M, N, P, Q situate pe muchiile $[AA']$, $[BB']$, $[CC']$, respectiv $[DD']$ astfel încât $AM = 7$ cm, $BN = 3$ cm, $CP = 1$ cm și $DQ = 5$ cm. Arătați că punctele M, N, P, Q sunt coplanare.
- @ Piramida patruleteră regulată $VABCD$, de vârf V și bază $ABCD$, are muchia bazei de 12 cm și înălțimea de 8 cm. Punctul M este mijlocul laturii BC .
- Calculați aria laterală a piramidei.
 - Fie punctul N situat pe latura AB astfel încât $NB = 3 \cdot AN$. Calculați aria triunghiului MND .
 - Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele (VAM) și (ABC) .
- @ În prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ cu baza pătrat, muchia bazei $ABCD$ este de $6\sqrt{2}$ cm și înălțimea AA' este de 6 cm. Pe segmentul AC se iau punctele E și F astfel încât $[AE] \equiv [CF] \equiv [AB]$.
- Calculați aria totală a prisme.
 - Demonstrați că patruleterul $BEDF$ este romb.
 - Calculați măsura unghiului determinat de planele $(C'CD)$ și $(D'DF)$.
- @ Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are $AB = 20$ cm, $BC = 16$ cm și $AA' = 15$
- Calculați volumul paralelipipedului dreptunghic.
 - Calculați distanța de la punctul B la dreapta DC' .
 - Fie un punct Q situat pe muchia AA' . Calculați lungimea segmentului QA astfel încât perimetrul triunghiului $B'QD$ să fie minim.

- @ Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 2 cm, $\sqrt{7}$ cm, $\sqrt{5}$ cm. Diagonala paralelipipedului are lungimea de ... cm.
- @ În cubul $ABCD A' B' C' D'$, aria triunghiului DOB este egală cu $\sqrt{3}$ cm², unde $\{O\} = BC' \cap B'C$.
 b) Arătați că $AB = 2$ cm. c) Aflați volumul piramidei patrulateră regulate $OADD'A'$ care are vârful O și baza $ADD'A'$.
 d) Calculați valoarea cosinusului unghiului determinat de dreptele DO și $A'B$.
- @ Fie trunchiul de piramidă triunghiulară regulată $ABC A' B' C'$. Punctele O și O' sunt centrele de greutate ale bazelor ABC , respectiv $A' B' C'$, $AB = 8$ cm, $A' B' = 6$ cm și $OO' = 4$ cm. Calculați:
 b) aria totală a trunchiului; c) volumul piramidei din care provine trunchiul;
 d) distanța de la punctul O la planul (BCC') .
- @ Cubul $ABCD A' B' C' D'$ are muchia $AB = 6$ cm.
 b) Calculați aria triunghiului $A'BD$.
 c) Arătați că dreptele AC' și $A'O$ sunt perpendiculare, unde $AC \cap BD = \{O\}$.
 d) Calculați volumul piramidei regulate cu vârful în C' și cu baza triunghiul $A'BD$.
- @ Piramida patrulateră regulată $SABCD$, cu baza $ABCD$, are înălțimea de $6\sqrt{2}$ cm și muchia bazei de 12 cm.
 b) Calculați volumul piramidei.
 c) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de două fețe laterale alăturate.
 d) Calculați distanța de la punctul P , mijlocul înălțimii piramidei, la planul (SBC) .
- @ O piramidă patrulateră regulată $VABCD$, de vârf V și bază $ABCD$, are latura bazei de 12 cm și înălțimea de 6 cm.
 b) Calculați aria laterală a piramidei.
 c) Calculați valoarea cosinusului unghiului determinat de o muchie laterală cu planul bazei.
 d) Calculați distanța de la punctul H , mijlocul înălțimii piramidei, la planul (VAB) .
- @ Piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu vârful V și baza $ABCD$, are latura bazei de 12 cm și înălțimea de 8 cm. b) Calculați aria totală a piramidei.
 c) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de muchiile laterale VB și VD .
 d) Fie H un punct situat pe înălțimea $[VO]$ a piramidei. Știind că distanța de la punctul H la planul (ABC) este egală cu distanța de la punctul H la planul (VAB) , calculați lungimea segmentului OH .
- @ Piramida patrulateră regulată $VABCD$, de vârf V și bază $ABCD$, are $VA = AB = 6$ cm.
 b) Calculați aria laterală a piramidei $VABCD$. c) Demonstrați că dreptele VB și VD sunt perpendiculare.
 d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele (VAB) și (VDC) .
- @ Piramida triunghiulară regulată $ABCD$, de bază ABC are $AB = 8$ cm și $AD = 5$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv AD .
 b) Calculați aria totală a piramidei $ABCD$.
 c) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele MN și DC .
 d) Calculați lungimea proiecției segmentului $[MN]$ pe planul (DBC) .
- @ Cubul $ABCD A' B' C' D'$ are muchia de 4 cm. b) Demonstrați că planul (ACB') este paralel cu planul $(A'C'D)$.
 c) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele CD și $A'C'$.
 d) Calculați distanța de la punctul B la planul $(A'C'D)$.
- @ Paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$ are $AB = 2$ cm, $BC = 2\sqrt{3}$ cm și $AE = 2$ cm.
 b) Calculați aria totală a paralelipipedului. c) Aflați măsura unghiului determinat de planele (EBC) și (ABC) .
 d) Punctul M aparține segmentului BC astfel încât $MC = 1$ cm. Determinați distanța de la punctul E la dreapta MD .
- @ $ABCD A' B' C' D'$ este un trunchi de piramidă patrulateră regulată care are baza mare pătratul $ABCD$. Măsura unghiului dintre muchia AA' și planul (ABC) este de 45° și $AA' = A'B' = 6$ cm.
 b) Arătați că înălțimea trunchiului de piramidă are lungimea de $3\sqrt{2}$ cm.
 c) Calculați volumul trunchiului de piramidă.
 d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele $A'A$ și BC' .

- @ Trunchiul de piramidă patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$, cu bazele $ABCD$ și $A' B' C' D'$, are $AB = 18$ cm, $A' B' = 6$ cm și apotema trunchiului de 12 cm.
- În trapezul $ABB'A'$ fie $AB' \cap A'B = \{P\}$. Calculați perimetrul triunghiului PAB .
 - Calculați volumul trunchiului de piramidă.
 - Calculați măsura unghiului determinat de planul unei fețe laterale a trunchiului de piramidă și planul (ABC) .
- @ Piramida triunghiulară regulată $VABC$ cu baza ABC , are $AB = VA = 6$ cm.
- Demonstrați că muchiile VA și BC sunt perpendiculare.
 - Calculați volumul piramidei $VABC$.
 - Calculați distanța de la centrul de greutate al triunghiului VAB la planul (ABC) .
- @ $ABCA'B'C'$ este o prismă dreaptă cu una din baze triunghiul echilateral ABC . Volumul prisme este egal cu $54\sqrt{3}$ cm³. Muchiile AB și BB' sunt congruente, iar punctul M este mijlocul laturii AB .
- Arătați că $AB = 6$ cm.
 - Arătați că planele (MCB') și (ABB') sunt perpendiculare.
 - Calculați distanța de la punctul B la planul (MCB') .
- @ O piramidă patrulateră regulată $VABCD$, de bază $ABCD$, are $VA = 10$ cm. Fie punctul M mijlocul segmentului BC și $VM = 5\sqrt{3}$ cm.
- Calculați măsura unghiului determinat de dreapta VB cu planul bazei (ABC) .
 - Fie punctul T situat pe segmentul DC astfel încât $VT + TM$ să aibă lungimea minimă. Calculați lungimea segmentului TC .
- @ În prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu baza triunghiul echilateral ABC , se consideră: $BA' \cap AB' = \{O\}$, $BC' \cap CB' = \{O'\}$, înălțimea $AA' = 6$ cm și latura bazei $AB = 8$ cm.
- Demonstrați că dreptele OO' și BB' sunt perpendiculare.
 - Calculați distanța de la punctul B la dreapta OO' .
 - Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele $(B'AC)$ și $(BA'C')$.
- @ Fiecare muchie a unei piramide triunghiulare regulate are lungimea de 10 cm. Aria totală a piramidei este.....
- @ Suma tuturor muchiilor unui paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ este egală cu 60 cm, iar diagonala $AC' = 9$ cm.
- Calculați aria totală a paralelipipedului dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$.
 - Știind că $AB = BC = 4$ cm, calculați perimetrul dreptunghiului $ACC'A'$.
 - Știind că $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$ și că $AB = BC = 4$ cm, calculați valoarea tangentei unghiului determinat de dreapta $O'A$ cu planul (DBB') .
- @ Muchia cubului $ABCD A' B' C' D'$ este $AB = 4$ cm. Punctele M și N se află pe muchiile DD' , respectiv BB' astfel încât $MD' = BN = 1$ cm.
- Calculați aria totală a piramidei triunghiulare regulate $ACD'B'$.
 - Calculați lungimea segmentului MN .
 - Calculați aria triunghiului AMN .
- @ Fie $ABCD A' B' C' D'$ un paralelipiped dreptunghic care are $AB = 6\sqrt{2}$ cm, $BC = 6$ cm și măsura unghiului $BA'C$ de 30° .
- Arătați că $AA' = 6$ cm.
 - Calculați aria totală a paralelipipedului.
 - Calculați distanța de la centrul feței $BCC'B'$ la planul $(A'BC)$.
- @ Fie $ABCD A' B' C' D'$ paralelipipedul dreptunghic în care laturile bazei $ABCD$ sunt $AB = 30$ cm și $AD = 40$ cm, iar înălțimea $AA' = 24$ cm.
- Calculați aria laterală a paralelipipedului.
 - Calculați distanța de la punctul A' la dreapta BC .
 - Calculați măsura unghiului determinat de planele (ACD) și (ACD') .
- @ Piramida triunghiulară regulată $VABC$ are toate muchiile congruente și $AB = 12$ cm. Fie M un punct situat pe muchia VA astfel încât $VA = 4 \cdot VM$ și punctul N mijlocul muchiei BC .
- Arătați că triunghiul MAN este isoscel.
 - Calculați volumul piramidei triunghiulare regulate $VABC$.
 - Aflați valoarea sinusului unghiului determinat de planele (MBC) și (ABC) .
- @ În cubul $ABCD A' B' C' D'$ punctul M este mijlocul laturii AB , iar $MD' = 6$ cm.
- Arătați că $AB = 4$ cm.
 - Calculați distanța de la punctul C la punctul de intersecție al dreptei MD cu planul $(BB'C')$.
 - Calculați distanța de la punctul C la planul $(MC'D')$.

- @ Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu baza $ABCD$. Latura bazei este egală cu $12\sqrt{3}$ cm și apotema piramidei este egală cu 12 cm.
- b) Calculați volumul piramidei $VABCD$. c) Calculați măsura unghiului determinat de planul unei fețe laterale
- d) Se secționează piramida cu un plan paralel cu planul bazei astfel încât aria laterală a trunchiului de piramidă obținut să fie 75% din aria laterală a piramidei inițiale. Calculați distanța de la planul bazei piramidei inițiale la planul de secțiune.
- @ În piramida triunghiulară regulată $ABCD$ toate cele șase muchii sunt congruente. Înălțimea piramidei este DO , punctul M este proiecția punctului O pe muchia DB și $MC = 2\sqrt{7}$ cm.
- b) Arătați că $AB = 6$ cm. c) Determinați volumul piramidei triunghiulare regulate $ABCD$.
- d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreapta MC și planul (BOD) .
- @ În piramida triunghiulară regulată $VABC$, cu baza ABC , avem $VA = 6$ cm și $AB = 6\sqrt{2}$ cm.
- b) Calculați volumul piramidei $VABC$. c) Demonstrați că muchiile VA și BC sunt perpendiculare.
- d) Punctul P este situat pe înălțimea VO la distanță egală de toate fețele piramidei. Calculați lungimea segmentului PO .
- @ Trunchiul de piramidă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$ are baza mare $ABCD$, valoarea tangentei unghiului $A'AC$ egală cu $\frac{3}{2}$, $AB = 12$ cm și $A'C' = 8\sqrt{2}$ cm.
- b) Arătați că înălțimea trunchiului de piramidă are lungimea de $3\sqrt{2}$ cm.
- c) Calculați aria laterală a trunchiului de piramidă. d) Fie P un punct situat pe muchia BB' . Calculați lungimea segmentului BP astfel încât aria trunchiului APC să fie minimă.
- @ În cubul $ABCD A'B'C'D'$, punctul M este mijlocul muchiei BC și $A'M = 12$ cm. b) Arătați că $AB = 8$ cm.
- c) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de diagonala BD' și planul bazei (ABC) .
- d) Calculați distanța de la punctul C la planul $(A'M)$.
- @ Un cub are muchia de 2 cm. Diagonala cubului are lungimea egală cu ... cm.
- @ În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$, de bază $ABCD$, se cunosc următoarele lungimi: $BA' = 6$ cm, $CA' = 9$ cm și $DA' = 7$ cm.
- b) Demonstrați că dreptele $A'B$ și BC sunt perpendiculare. c) Calculați volumul paralelipipedului.
- d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele $(A'BC)$ și $(B'AD)$.
- @ O prismă dreaptă are ca baze, hexagoanele regulate $ABCDEF$ și $A'B'C'D'E'F'$. Măsura unghiului $A'CA$ este de 45° , $AD \cap CF = \{O\}$ și $A'O = 6\sqrt{3}$ cm. b) Arătați că $AB = 3\sqrt{3}$ cm. c) Calculați aria totală a prisme.
- d) Calculați distanța de la punctul B la planul (ACC') .
- @ Piramida triunghiulară regulată $VABC$ are $VA = 10$ cm și raza cercului circumscris bazei ABC de $4\sqrt{3}$ cm.
- b) Arătați că $AB = 12$ cm.
- c) Fie punctul E mijlocul laturii AB . Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele VE și BC .
- d) Calculați perimetrul minim al trunchiului MBC , unde punctul M aparține muchiei AV .
- @ În piramida patrulateră regulată $ABCDE$, de bază $ABCD$, $AE = 4$ cm și măsura unghiului AEC este egală cu 120° . Notăm cu O intersecția dreptelor AC și BD .
- b) Arătați că $EO = 2$ cm. c) Calculați aria totală a piramidei.
- d) Printr-un punct F situat pe segmentul EO ducem un plan paralel cu planul bazei. Piramida mică, astfel formată are volumul 2 cm³. Calculați lungimea segmentului EF .
- @ Bazele unui trunchi de piramidă patrulateră regulată sunt $ABCD$ și $A'B'C'D'$. Latura bazei mari este $AB = 16$ cm, latura bazei mici este $A'B' = 4$ cm și apotema trunchiului este de 9 cm.
- b) Arătați că înălțimea trunchiului are lungimea egală cu $3\sqrt{5}$ cm.
- c) Calculați volumul piramidei din care provine trunchiul de piramidă.
- d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele (ABB') și (DCC') .
- @ Prisma dreaptă $ABCD A'B'C'D'$ are ca baze pătratele $ABCD$ și $A'B'C'D'$, aria laterală egală cu $100\sqrt{3}$ cm² și volumul egal cu $125\sqrt{3}$ cm³. c) Calculați distanța de la punctul A la dreapta $B'C$.
- d) Calculați măsura unghiului determinat de planele (DCB') și (ABC') .

- @ Piramida patrulateră regulată $VABCD$ de vârf V și bază $ABCD$, are muchia bazei de 10 cm și înălțimea de 12 cm. b) Calculați volumul piramidei.
c) La ce distanță de vârful piramidei trebuie dus un plan paralel cu planul bazei, astfel încât raportul dintre volumul piramidei mici și volumul trunchiului de piramidă obținut să fie egal cu $\frac{1}{7}$?
d) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele (VAC) și (VAB) .
- @ Fie prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza ABC triunghi echilateral. Latura bazei ABC are lungimea de 24 cm, iar înălțimea prismei AA' are lungimea de 12 cm.
b) Calculați aria totală a prismei. c) Calculați distanța de la punctul A la planul $(A'BC)$.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele AB' și $A'C$.
- @ În piramida patrulateră regulată $VABCD$, lungimea înălțimii VO este egală cu lungimea laturii BC a pătratului $ABCD$ și punctul M este mijlocul laturii BC .
b) Arătați că triunghiul VMA este isoscel. c) Știind că $VM = 4\sqrt{5}$ cm, aflați volumul piramidei $VABCD$.
d) Știind că $VM = 4\sqrt{5}$ cm, determinați distanța de la punctul A la planul (VBC) .
- @ Piramida triunghiulară regulată $VABC$, de vârf V și bază ABC , are $AB = 24$ cm și $VA = 12\sqrt{5}$ cm. Punctul M este mijlocul laturii BC .
b) Calculați volumul piramidei $VABC$. c) Calculați distanța de la punctul M la muchia AV .
d) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele (AVM) și (AVB) .
- @ Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu baza triunghi echilateral ABC , are aria laterală egală cu 48 cm^2 și aria totală egală cu $8 \cdot (6 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$. b) Arătați că $AB = 4$ cm. c) Calculați volumul prismei $ABCA'B'C'$.
d) Fie punctul G centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$. Calculați distanța de la punctul A la planul (GBC) .
- @ Fie prisma dreaptă $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$ cu una din baze, hexagonul regulat $ABCDEF$ de latură $AB = 3$ cm. Înălțimea prismei este $AA' = 3\sqrt{3}$ cm, iar punctul S este mijlocul segmentului EB' .
b) Calculați aria laterală a prismei. c) Arătați că dreapta AE' este paralelă cu planul (DBB') .
d) Calculați distanța de la punctul S la dreapta AE' .
- @ Pătratele $MNPQ$ și $NPRT$ sunt situate în plane perpendiculare și $MN = 10$ cm.
b) Arătați că $PNRQ$ este o piramidă triunghiulară regulată.
c) Calculați distanța de la punctul R la mijlocul segmentului QT .
d) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele NQ și TP .
- @ Un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$ cu baza mare $ABCD$ și baza mică $A'B'C'D'$, are $AB = 8$ cm și $A'B' = 4$ cm. Muchia laterală face cu planul bazei mari un unghi de 60° .
b) Arătați că lungimea înălțimii trunchiului de piramidă este egală cu $2\sqrt{6}$ cm.
c) Calculați aria totală a trunchiului. d) Calculați distanța de la punctul A la planul (DCC') .
- @ În prisma dreaptă $ABCD A'B'C'D'$ cu una din baze pătratul $ABCD$, $\{O\} = AC \cap BD$, $AB = 6$ cm și $AA' = 7$ cm.
b) Calculați volumul prismei. c) Calculați distanța de la punctul O la diagonala $A'C$.
d) Fie $\{O'\} = A'D \cap AD'$. Calculați măsura unghiului determinat de dreptele OO' și BC .
- @ Se consideră piramida triunghiulară regulată de vârf V și bază ABC , care are înălțimea de 12 cm și măsura unghiului determinat de planul bazei și planul unei fețe laterale de 60° .
b) Arătați că $AB = 24$ cm. c) Calculați aria totală a piramidei.
d) La ce distanță de planul bazei trebuie dus un plan paralel cu planul bazei, astfel încât piramida mică formată să aibă volumul egal cu $\frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$?
- @ În cubul $ABCD A'B'C'D'$ care are muchia de $5\sqrt{2}$ cm, notăm $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$. Punctul M este simetricul punctului B față de dreapta AD .
b) Demonstrați că dreapta MD este perpendiculară pe planul $(D'DB)$.
c) Calculați distanța de la punctul M la dreapta $D'B$. d) Demonstrați că dreptele $D'B$ și DO' sunt perpendiculare.

- @ Prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ are ca baze pătratele $ABCD$ și $A' B' C' D'$, înălțimea $AA' = 9$ cm și diagonala $DB' = 3\sqrt{41}$ cm. b) Calculați volumul prisme.
c) Calculați aria triunghiului ACD' . d) Calculați distanța de la punctul B' la planul (ACD') .
- @ Cubul $ABCD A' B' C' D'$ are $AB = 6$ cm. Pe laturile pătratului $ABCD$ alegem punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CD)$, $Q \in (DA)$ astfel încât $AM = BN = CP = DQ = 2$ cm.
b) Calculați distanța de la punctul A' la dreapta BD . c) Demonstrați că $MNPQ$ este pătrat.
d) Fie $\{O'\} = A'C' \cap B'D'$. Calculați valoarea raportului dintre volumul cubului și volumul piramidei patrulateră regulate de vârf O' și bază $MNPQ$.
- @ În cubul $ABCD A' B' C' D'$ punctul M este mijlocul laturii AB , punctul N este mijlocul laturii BC și $DM = 2\sqrt{5}$ cm.
b) Demonstrați că dreptele AN și DM sunt perpendiculare. c) Calculați aria totală a cubului.
d) Știind că aria triunghiului $A'MD = a$ cm², arătați că numărul a se află în intervalul $(9; 10)$.
- @ Trunchiul de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ are baza mare ABC , $AB = 6$ cm, $A'B' = 3$ cm și $AC' = \sqrt{37}$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AC .
b) Arătați că lungimea înălțimii trunchiului este de 4 cm.
c) Calculați volumul piramidei triunghiulare regulate din care provine trunchiul.
d) Dacă punctul D este proiecția punctului A' pe planul (ABC) , arătați că dreapta AB este perpendiculară pe planul $(A'DM)$.
- @ Piramida triunghiulară regulată $ABCD$ de vârf D și bază ABC , are $BC = AD = 6$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB , respectiv CD .
b) Calculați volumul piramidei $ABCD$. c) Calculați distanța de la punctul C la planul (ABN) .
d) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele MN și AC .
- @ Piramida hexagonală regulată $VABCDEF$, de vârf V , are aria laterală egală cu $48\sqrt{3}$ cm² și apotema piramidei de $4\sqrt{3}$ cm.
b) Arătați că latura bazei $AB = 4$ cm. c) Calculați volumul piramidei.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planul (VBD) cu planul bazei.
- @ În piramida triunghiulară regulată $VABC$ de vârf V și bază ABC , înălțimea VO are lungimea egală cu 12 cm, iar distanța de la punctul O la planul (VBC) este egală cu 7,2 cm.
b) Calculați aria laterală a piramidei $VABC$.
c) Știind că punctele G_1, G_2, G_3 sunt centrele de greutate ale fețelor VAB, VAC , respectiv VBC , calculați volumul piramidei regulate $VG_1G_2G_3$.
- @ Piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu vârful V și baza $ABCD$, are $AB = VO = 10$ cm, unde $AC \cap BD = \{O\}$.
b) Calculați aria laterală a piramidei $VABCD$. c) Calculați distanța de la punctul A la planul (VBC) .
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de muchia VA și planul (VBC) .
- @ În interiorul cubului $ABCD A' B' C' D'$ se consideră punctul M astfel încât $MABCD$ să fie o piramidă patrulateră regulată. Punctele O și O' sunt centrele fețelor $ABCD$, respectiv $A' B' C' D'$.
b) Calculați măsura unghiului format de dreptele $A'C'$ și BD .
c) Arătați că punctele O, M și O' sunt coliniare.
d) Pentru $AB = 6$ cm, calculați lungimea segmentului OM astfel încât apotema piramidei regulate $MABCD$ să aibă aceeași lungime ca și muchia cubului.
- @ Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu una din baze triunghiuri echilaterale ABC , are $AB = 10$ cm, $BB' = 5$ cm și punctul M situat pe muchia $A'C'$ astfel încât $A'M = 5$ cm.
b) Aflați aria totală a prisme. c) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele AA' și MB .
d) Calculați distanța de la punctul M la planul $(B'BC)$.
- @ Cubul $ABCD A' B' C' D'$ are lungimea muchiei de 6 cm.
b) Calculați perimetrul triunghiului ACD' . c) Calculați aria totală a piramidei triunghiulare regulate $ACB'D'$.
d) Arătați că dreapta $B'D$ este perpendiculară pe planul (ACD') .
- @ Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu una din baze triunghiuri echilaterale ABC , are $AB = 18$ cm și $AA' = 6$ cm. În triunghiul ABC , bisectoarele unghiurilor B și C se intersectează în I . Paralela prin punctul I la latura BC intersectează laturile AB și AC în M , respectiv N . b) Demonstrați că $MN = BM + CN$.
c) Calculați aria totală a prisme. d) Calculați măsura unghiului determinat de planele (ABC) și $(A'MN)$.

- @ În prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ cu una din baze pătratul $ABCD$, avem $BC' \cap CB' = \{O\}$, $AB = 2$ cm și înălțimea $BB' = 2\sqrt{3}$ cm. c) Demonstrați că triunghiul AOD' este dreptunghic.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreapta AO și dreapta $B'D'$.
- @ Cubul $ABCD A' B' C' D'$ are $AB = 4$ cm, O este centrul bazei $ABCD$, iar M este mijlocul muchiei DD' .
b) Calculați aria triunghiului $B'MO$. c) Demonstrați că planele (AMO) și $(B'MO)$ sunt perpendiculare.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele $A'C$ și MO .
- @ Piramida triunghiulară regulată $DABC$ are înălțimea $DO = 4$ cm și aria bazei ABC egală cu $27\sqrt{3}$ cm².
b) Arătați că lungimea apotemei piramidei este egală cu 5 cm.
c) Se secționează piramida cu un plan care trece prin mijlocul înălțimii DO și este paralel cu planul bazei. Calculați volumul trunchiului de piramidă astfel obținut.
d) Punctul M este mijlocul laturii BC . Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele (ABD) și (AMD) .
- @ În trunchiul de piramidă triunghiulară regulată $ABCA' B' C'$, bazele sunt ABC și $A' B' C'$, $AB = 24$ cm, $A' B' = 12$ cm, iar diagonalele unei fețe laterale sunt perpendiculare.
b) Arătați că apotema trunchiului are lungimea de 18 cm.
c) Calculați volumul trunchiului de piramidă. d) Calculați distanța de la punctul B la planul $(A' B' C')$.
- @ Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are $AB = 30$ cm și $BC = AA' = 15$ cm.
b) Calculați aria totală a paralelipipedului.
c) Calculați tangenta unghiului determinat de dreapta $A'C$ și planul (ABC) .
d) Determinați poziția punctului M situat pe muchia BB' astfel încât perimetrul triunghiului AMC' să fie minim.
- @ Prisma dreaptă $ABCA' B' C'$ are ca baze triunghiurile echilaterale ABC și $A' B' C'$. Punctul O este centrul de greutate al bazei ABC , $AB = 12$ cm și $AA' = 5$ cm.
b) Calculați volumul prisme. c) Calculați distanța de la punctul O la dreapta $A' B'$.
d) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele (ABC) și $(A' B' O)$.
- @ Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are dimensiunile $AB = AD = 8$ cm și $AA' = 6$ cm.
b) Calculați lungimea segmentului $A'C$.
c) Calculați distanța de la punctul O , intersecția diagonalelor AC și BD , la dreapta $A'C$.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele $(A'BD)$ și $(C'BD)$.
- @ În piramida triunghiulară regulată $VABC$, latura bazei ABC este $AB = 12$ cm și înălțimea piramidei $VO = 6$ cm. Se notează cu D și E mijloacele muchiilor VA și respectiv VB .
b) Calculați aria laterală a piramidei. c) Demonstrați că dreapta DE este paralelă cu planul (ABC) .
d) Calculați măsura unghiului determinat de planele (DOE) și (ABC) .
- @ Piramida triunghiulară regulată $VABC$ are baza ABC . Muchia bazei $AB = 12$ cm și muchia laterală $AV = 12$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele muchiilor BC , respectiv AV .
b) Calculați volumul piramidei. c) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele MN și AC .
d) Fie O centrul de greutate al bazei și $MN \cap VO = \{G\}$. Arătați că punctul G se află la distanță egală de cele patru fețe ale piramidei.
- @ Cubul $ABCD A' B' C' D'$ are $AB = 18$ cm. b) Calculați aria triunghiului $A' C' B$.
c) Calculați distanța de la punctul B' la planul $(A' C' B)$.
d) Calculați volumul piramidei triunghiulare regulate $DA' BC'$.
- @ Într-o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$, muchia bazei este de $6\sqrt{2}$ cm și volumul piramidei este egal cu $144\sqrt{3}$ cm³. Punctul E este situat pe muchia AV astfel încât $AE = 2 \cdot VE$.
b) Arătați că triunghiul VAC este echilateral. c) Calculați aria laterală a piramidei.
d) Calculați distanța de la punctul E la planul (VBD) .
- @ Prisma dreaptă $ABCA' B' C'$ are ca baze triunghiurile echilaterale ABC și $A' B' C'$ și lungimea înălțimii AA' de 4 cm. Punctul G este centrul de greutate al triunghiului $A' B' C'$ și $AG = 2\sqrt{7}$ cm.
c) Calculați volumul prisme $ABCA' B' C'$.
d) Fie punctul P mijlocul segmentului $B' C'$. Arătați că dreapta AC' este paralelă cu planul $(A' BP)$.