CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „NICOLAE PĂUN"
EDIȚIA A XIV-A
RÂMNICU VÂLCEA - 15 DECEMBRIE 2007
CLASA A VIII-A

Problema 1. Fie dată ecuația $x^2 + px + q = 0$. Coeficienții întregi p și q se măresc cu o unitate. Astfel de operație se face de 2007 de ori. Dați exemplu de o astfel de ecuație pentru care soluțiile ei cât și a celorlalte ecuații obținute să fie numere întregi. Justificați.

Prof. dr. Marcel Teleucă - Chișinău

Problema 2. Fie a, b, c numere reale, $a \in (-2;2)$, $b \in (-3;3)$, $c \in (-4;4)$ astfel încît

$$S = \frac{1}{2-a} + \frac{1}{3-b} + \frac{1}{4-c} = \frac{1}{2+a} + \frac{1}{3+b} + \frac{1}{4+c}.$$

Demonstrați că $S \geq 1$.

Elev Gheorghe Pupăzan - Chișinău

Problema 3. i) Demonstrați ca există numerele raționale strict pozitive neântregi a și b, astfel încât $a+b$ și $a^{2007}+b^{2007}$ să fie numere întregi.

ii) Există a și b numerele raționale strict pozitive neântregi, astfel încât $a+b$ și a^4+b^4 să fie numere întregi ? Justificați.

Prof. dr. Marcel Teleucă - Chișinău

Problema 4. Fie ABCDMNPQ cub și C_1, C_2 cercurile circumscrise pătratelor ABCD și ADQM. Fie R, T mijloacele arcelor mici AD din C_1 si respectiv C_2.

Atunci: a) demonstrați că: $RT \| UV$, unde $\{U\}=RP \cap (ADQ)$ și $\{V\}=TP \cap (ABC)$;

b) aflați $m(\angle UV;QD)$.

Prof. Cătălin Stănică - Brăila