



**Concursul Interjudețean de Matematică  
„Dumitru Țiganetea”  
Ediția a IX-a, 5-6 iunie 2009**

**clasa a VI-a**

1. Fie  $a = \frac{133 \cdot 2^{n+1} \cdot 5^n}{7 \cdot 2^{n+3} \cdot 5^n + 3 \cdot 2^n \cdot 5^{n+2} + 2^{n+1} \cdot 5^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  și

$b$  satisface relația :  $\frac{2,1(3)}{14, (2) \left( 0,2 + \frac{2}{15} \cdot b \right)} = \frac{1}{4}$ .

a) Calculați  $a$  și  $b$

b) Comparați  $a^{39}$  cu  $b^{26}$ .

2. a) Fie  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$  astfel încât  $\frac{3a-6b}{3b-c} = \frac{4a-c}{a-2b} = \frac{3b-c}{12a-3c} \in \mathbb{N}$

cu  $c \neq 3b, a \neq 2b, c \neq 4a$ . Demonstrați că  $a, b, c$  sunt direct proporționale cu 7,6,33.

b) Să se determine toate perechile de numere naturale  $(d, n)$  cu  $d \geq 2, n \geq 2$  astfel încât  $d \mid n^2 + 1$  și  $d \mid n^2 + 2n + 2$

3. Se consideră triunghiul ABC astfel încât  $m(\hat{BAC}) = 60^\circ$  și  $AC = 2AB$ . Fie D punctul de

intersecție dintre bisectoarea unghiului A și perpendiculara din C pe ea. Să se demonstreze că triunghiul MBD este echilateral, unde M este mijlocul lui AC.

4. Un triunghi isoscel ABC cu  $AB = AC$  are înălțimea  $AD = 10$  cm. Să se calculeze lungimea bisectoarei interioare a unghiului B știind că  $m(A) = 108^\circ$ .