



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”

EDIȚIA A IV-A



14 – 16 MAI 2004

CLASA a VIII-a

I. Arătați că numărul $A = \sqrt{3n^2 + 3n + 17} \in R - Q$, $(\forall) n \in N$.

Ioan Groza

II. Din șirul $\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \dots, \frac{1}{(n-1)n}, \dots$ să se determine grupul de termeni consecutivi a
cărora sumă este $\frac{1}{3}$.

III. Fie $a, b, c, d > 0$ astfel încât $a + b + c + d = 16$. Să se demonstreze inegalitatea:

$$\left(a + \frac{1}{c}\right)^2 + \left(c + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{d}\right)^2 + \left(d + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{289}{4}$$

Mircea Lascu, Marian Tetiva

IV. Fie cubul ABCDA'B'C'D' având lungimea muchiei a . Pe semidreptele [CD, [CB, [CC' se consideră punctele X, Y respectiv Z astfel încât $CX = a+x$, $CY = a+y$, $CZ = a+z$, unde $x, z, y \in (0, a)$. Planul determinat de punctele X, Y și Z împarte cubul în două corpuri. Să se demonstreze că volumele celor două corpuri sunt egale dacă și numai dacă are loc relația:

$$\left(\frac{x}{a+x}\right)^3 + \left(\frac{y}{a+y}\right)^3 + \left(\frac{z}{a+z}\right)^3 + 3 \frac{a^3}{(a+x)(a+y)(a+z)} = 1$$

Daniel Văcărețu