Olimpiada de matematică – faza locală
VASLUI
(12.02.2011)

Clasa a VIII-a

1. Fie x, y numere reale astfel încât:
$$x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y + 3 = 0.$$
Demonstraţi că $x < y$.

G.M.10-2010

2. Fie $A = a\sqrt{2} + a \cdot b - b\sqrt{2} - 2$.
a). Arătaţi că dacă $A = 0$ şi $b \in \mathbf{Q}$, atunci $a \in \mathbf{R}\backslash\mathbf{Q}$.
b). Arătaţi că dacă $A = 2$ şi a, $b \in \mathbf{Q}$, atunci $|a| = |b| = A$.

3. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A iar punctul M exterior planului ABC astfel încât $MB \perp AB$ şi $MC \perp AC$. Fie N, P şi E mijloacele segmentelor AM, BC respectiv AC. Stabiliţi dacă :
a) $PN \perp (ABC)$;

b) $4PN^2 = BM^2 - AC^2$.

****

4. Fie dreptunghiul $ABCD$ şi trapezul dreptunghic $BCEF$ în plane perpendiculare cu măsura unghiului BCE de 90^0 şi $FB \parallel EC$. Dacă $AB = 8$ cm; $BC = 4$ cm; $CE = 1{,}6$ cm şi $BF = 4{,}8$ cm. Să se determine: a) măsura unghiului dintre planele AEF şi ABC;
b) tangenta unghiului dintre planele DEF şi ABC.