

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 16.02.2013

Clasa a VIII-a

Barem de corectare și notare

1. a) Raționalizarea primei fracții cu $\sqrt{a+5} - \sqrt{a}$ 1p
 $\frac{5(\sqrt{a+5}-\sqrt{a})}{\sqrt{a(a+5)} \cdot 5} = \frac{\sqrt{a+5}}{\sqrt{a(a+5)}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a(a+5)}}$ 1p
 Finalizare..... 1p
 b) Aplicarea formulei de la punctul a) 2p
 Obținere $x = \frac{3}{16}$ 1p
 Finalizare $144x = 27 = 3^3$ 1p
2. a) $x = \frac{(ab-2013bc)+\sqrt{2013}(ac-b^2)}{b^2-2013c^2}$ 2p
 $x \in \mathbb{Q}$ și a, b, c numere naturale prime, rezultă $ac - b^2 = 0$ 1p
 $ac = b^2 \Rightarrow a = b = c \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \text{card}M = 1$ 1p
 b) Dacă $y = 1$, $z \in \mathbb{Q}$ și $x + \frac{1}{x} = 5$ 1p
 calcul $z + z^2 + \frac{y}{z} + \frac{y^2}{z^2} = 5 + 23 = 28$ 2p
3. a) $MD \perp DD'$ și $MD \perp BD \Rightarrow MD \perp (D'DB)$ 2p
 b) $MD \perp (D'DB)$, $DE \perp D'B$, $E \in (D'B)$, $DE, D'B \subset (D'DB) \Rightarrow ME \perp D'B$,
 $d(M, D'D) = ME$ 1p
 $MD = 10 \text{ cm}$, $DE = \frac{BD \cdot DD'}{D'B} \Rightarrow DE = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$ 1p
 Finalizare $ME = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$ 1p
- a) $\{O'\} = A'C' \cap B'D'$; $\{G\} = D'B \cap O'D$
 $\Delta D'O'G \sim \Delta BDG \Rightarrow \frac{D'O'}{DB} = \frac{D'G}{BG} = \frac{O'G}{GD}$ 1p
 $O'G = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$, $D'G = \frac{5\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$, $D'O' = 5 \text{ cm} \Rightarrow \Delta D'GO'$ dreptunghic $\Rightarrow D'B \perp O'D$ 1p
4. $A_{MNB} = \frac{1}{4} A_{A'BC'}$ 1p
 $A'B = 2a$, $A'N = \frac{a\sqrt{14}}{2}$ 1p
 $A_{A'BC'} = \frac{a^2\sqrt{7}}{2}$ 1p
 $A_{MNB} = \frac{a^2\sqrt{7}}{8}$ 1p
 $m[\angle(ADD')(MNB)] = m[\angle(BB'C')(MNB)]$ 1p
 $(BB'C') \cap (MNB) = BC'$, $B'N \perp BC'$ și $A'N \perp BC'$
 $m[\angle(BB'C')(MNB)] = m(\angle A'NB')$
 $\sin(\angle A'NB') = \frac{A'B'}{A'N} = \frac{\sqrt{42}}{7}$ 2p