

SIMULARE EXAMEN EVALUARE NAȚIONALĂ - MATEMATICĂ
27 februarie 2013

SUBIECTUL I . Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- (5p) 1) Numărul natural a pentru care $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{30} = \frac{1}{a}$ este
- (5p) 2) Un film a început la ora 17:35 și s-a terminat la ora 19:20.
Filmul a durat minute.
- (5p) 3) Dacă $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, atunci valoarea raportului $\frac{2a+3b}{a-b}$ este ...
- (5p) 4) Dacă 6 robinete umplu un bazin în 10 ore, atunci 15 robinete umplu același bazin înore (se presupune că toate robinetele au același debit).
- (5p) 5) Un tetraedru regulat are lungimea laturii egală cu $\sqrt{6}$ cm. Lungimea înălțimii tetraedrului este egală cu ... cm.
- (5p) 6) Elevii clasei a VIII-a A au obținut la teza de pe semestrul I la matematică notele redate în tabelul alăturat:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	3	2	4	6	5	4	3

Media clasei este

SUBIECTUL al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- (5p) 1) Câte numere naturale de forma $\overline{2xy3z}$ divizibile cu 5 există?
- (5p) 2) Prețul unei biciclete a crescut mai întâi cu 10% din prețul inițial, apoi a scăzut cu 5% din noul preț astfel încât, în final, bicicleta costă 1045 lei.
a. Să se determine prețul inițial al bicicletei.
b. Cu ce procent este mai mare prețul final decât cel inițial?
- 3) Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2-x} + \frac{2}{x^2-4} \right) : \frac{2}{x+2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{2; -2\}$.
- (5p) **a.** Să se aducă expresia la forma cea mai simplă.
(5p) **b.** Să se determine valorile întregi ale lui x pentru care $E(x)$ este un număr natural.
- (5p) 4) Dacă $x + \frac{1}{x} = 3$, să se determine : **a.** $x^2 + \frac{1}{x^2}$. **b.** $x^3 + \frac{1}{x^3}$.
- (5p) 5) Să se demonstreze că numărul $n = 8^2 + 8^3 + 8^4 + 8^5 + \dots + 8^{2014}$ este divizibil cu 73.

SUBIECTUL al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 1) O alee de formă dreptunghiulară cu lungimea de 18m și lățimea de 6dm se pavează cu plăci în formă de trapez isoscel cu diagonalele perpendiculare , baza mare de 8dm și înălțimea exact cât lățimea aleei.
- (5p) **a)** Să se determine lungimea bazei mici a trapezului.
(5p) **b)** Dacă lungimea bazei mici a trapezului este 4dm , câte plăci sunt necesare pentru a pava aleea știind că nu au loc pierderi de material și maxim o placă poate fi modificată. Să se indice și un mod de așezare al plăcilor.
(5p) **c)** O suprafață dreptunghiulară cu exact aceleași dimensiuni cu ale aleei are plantată pe ea 31 de trandafiri. Să se demonstreze că există cel puțin doi trandafiri situați la o distanță mai mică de 0,9m unul de celălalt.
- 2) Se consideră un cub $ABCD A' B' C' D'$ cu lungimea laturii de 6 dm .
- (5p) **a)** Să se calculeze distanța de la B' la AC .
(5p) **b)** Să se calculeze sinusul unghiului diedru format de planele (ACB') și (ACD') .
(5p) **c)** Să se determine lungimea celui mai scurt drum parcurs de un gândac care pornește din mijlocul muchiei $[BB']$ până în punctul B' mergând pe toate fețele suprafeței laterale a cubului.

Barem de corectare și notare

SUBIECTUL I : $6 \times 5 = 30$ puncte

1)	2)	3)	4)	5)	6)
15	105 min	12	4 ore	2 cm	7,18

SUBIECTUL al II-lea

- 1) x poate fi ales în 10 moduri..... 1 punct
 y poate fi ales în 10 moduri.....1 punct
 z poate fi ales în două moduri.....1 punct
 Finalizare: 200 moduri.....2 puncte
- 2) a. Deducerea ecuației $\frac{95}{100} \cdot \frac{110}{100} \cdot x = 1045$ 2 puncte
 Finalizare: $x = 1000$ lei1 punct
 b. $1000 + \frac{p}{100} \cdot 1000 = 1045$ 1 punct
 Finalizare: $p = 4,5(\%)$ 1 punct
- 3) a. $E(x) = \frac{x+1}{x-2}$ 5 puncte
 b. $x - 2/x + 1$ 2 puncte
 Finalizare: $x \in \{3; -1; 5\}$ 3 puncte
- 4) a. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$ 1 punct
 Finalizare: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ 1 punct
 b. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} = 21$ 2 puncte
 Finalizare: $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$ 1 punct
- 5) Sunt 2013 termeni, deci pot fi grupați câte 31 punct
 $n = 8^2 \cdot (1+8+8^2) + 8^5 \cdot (1+8+8^2) + \dots + 8^{2012} (1+8+8^2)$ 2 puncte
 Finalizare.....2 puncte

SUBIECTUL al III-lea

- 1) a. Triunghiurile OAB , respectiv OCD sunt dreptunghice isoscele, unde O este intersecția diagonalelor trapezului.....1 punct
 $OM = \frac{AB}{2} = 4dm$, M fiind mijlocul lui $[AB]$1 punct
 $ON = MN - OM = 2dm$, N fiind mijlocul lui $[CD]$1 punct
 Finalizare: $CD = 4dm$ 2 puncte
 b. Aria unei plăci este $36dm^2$ 2 puncte
 Aria aleei / $36dm^2 = 30$ plăci.....2puncte
 Indicarea unui mod de așezare al plăcilor.....1 punct
 c. Împărțirea suprafeței în 30 pătrate de latură $6dm$ 1 punct
 Existența a cel puțin doi trandafiri în același pătrat.....2 puncte
 Finalizare: $d \leq 6 \cdot \sqrt{2} < 0,9m$ 2 puncte
- 2) a. Deducerea relației $B'O = d(B', AC)$ 2 puncte
 $B'O = 3 \cdot \sqrt{6} dm$ 3 puncte
 b. Justificarea faptului că $m\angle((B'AC), (D'AC)) = m\angle B'OD'$ 2 puncte
 Obținerea relației $\sin \angle B'OD' = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{3}$ 3puncte
 c. Obținerea desfășurării cubului (realizarea desenului).....2puncte
 Indicarea celui mai scurt drum.....1 punct
 Finalizare: $3 \cdot \sqrt{65} dm$ 2puncte